ABSZOLÚTÉRTÉKES ÉS GYÖKÖS KIFEJEZÉSEK

1.

$$\frac{-3}{\sqrt{10-x}} < 0$$

tört < 0 a.cs.a., ha $\frac{\ominus}{\oplus}$ v. $\frac{\oplus}{\ominus}$

Itt a számláló $\ominus$, a nevező $\oplus$ kell hogy legyen.

A $\sqrt{\ }$ kifejezés sosem lehet $\ominus$, így csak azt kell vizsgálni, hogy $\sqrt{10-x}$ mikor lesz $\oplus$.

Azaz az ÉT-t kell vizsgálni, de $\sqrt{10-x} = 0$-t NEM ENGEDJÜK MEG.

$$10 - x > 0$$
$$10 > x$$
$$x < 10$$
$$x \in \left]-\infty; 10\right[$$

2. a) $\log_3\left(\sqrt{x+1}+1\right) = 2$

$\log_a b = x \iff a^x = b$

$a > 0$ és $a \neq 1$

$b > 0$

$$\sqrt{x+1} + 1 = 3^2 \quad /-1$$
$$\sqrt{x+1} = 8 \quad /()^2$$
$$x + 1 = 64$$
$$x = 63$$

kikötések: $\sqrt{\ }$ alatt nem lehet $\ominus$

$x + 1 \geq 0$

$x \geq -1$

log belltagja $\oplus$ lehet csak.

$\sqrt{x+1} + 1 > 0$

ha telj. az előző kikötés, akkor ez mindig teljesül

ell.:

$$\log_3\left(\sqrt{63+1}+1\right) = \log_3 9 = 2 \checkmark$$

b) $2\cos^2 x = 4 - 5\sin x$

x $\boxed{\text{forgásszöget}}$ jelöl → fokban számolunk

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ azonosságból

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$$2(1 - \sin^2 x) = 4 - 5\sin x$$
$$2 - 2\sin^2 x = 4 - 5\sin x$$
$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

$y := \sin x$ $\quad y \in [-1; 1]$

mert $\sin x$ ÉK $[-1; 1]$

$$2y^2 - 5y + 2 = 0$$

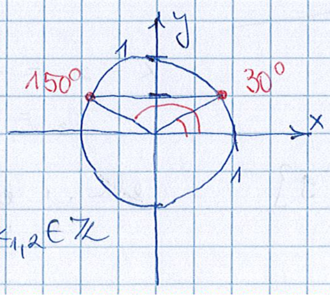
$a = 2$

$b = -5$

$c = 2$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} 2 \notin [-1;1] & \text{nem megoldás} \\ \frac{1}{2} & \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2}$$
$$\sin x = \frac{1}{2}$$



$$x_1 = 30° + k_1 \cdot 360°$$
$$x_2 = 150° + k_2 \cdot 360° \quad k_{1,2} \in \mathbb{Z}$$

ell.: ekv. átalakításokat végeztünk

3. **a.)** $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$

kikötések:
log. beltagja ⊕ lehet csak

$(x+15)^2 > 0$
$x + 15 \neq 0$
$x \neq -15$

(ha ⊖ v. ⊕, akkor a négyzete ⊕ lesz)

$3x + 5 > 0$
$3x > -5$
$\boxed{x > -\frac{5}{3}}$

ez a szigorúbb

$$\lg \frac{(x+15)^2}{3x+5} = \lg 20$$

lg fv. szig. mon. miatt

$$\frac{(x+15)^2}{3x+5} = 20 \qquad / \cdot \text{nev.}$$

$$(x+15)^2 = 20(3x+5)$$

$$x^2 + 30x + 225 = 60x + 100$$

$$x^2 - 30x + 125 = 0$$

$a = 1$
$b = -30$
$c = 125$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{30 \pm \sqrt{900 - 500}}{2} = \frac{30 \pm 20}{2} = \begin{cases} 25 \in ÉT \\ 5 \in ÉT \end{cases}$$

$x = \{5; 25\}$ ell.: ekv. átalakításokat végeztem

b.)

A feladatsorban elírták a jobboldalon! nem $\sqrt[3]{x}$, hanem $3 \cdot \sqrt{x}$ szerepel!!! Ráadásul egyenlet és nem egyenlőtlenség!..

$$25^{\sqrt{x}} = 5 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$$

azonos alapú hatványokká alakítjuk

$$(5^2)^{\sqrt{x}} = 5^1 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$$

kikötés: $x \geq 0$ $\sqrt{\ }$ alatt nem lehet ⊖

$$5^{2\sqrt{x}} = 5^{3\sqrt{x}+1}$$

az exp. fv. szig. mon. NÖVEKEDÉSE miatt

$$2\sqrt{x} = 3\sqrt{x} + 1$$

$$-1 = \sqrt{x}$$

$\sqrt{x}$ értéke a def. alapján NEM LEHET ⊖ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ a feladatnak nincs megoldása.

4.) $A = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$

$$\sqrt{x^2} = -x$$

$$|x| = -x \rightarrow x < 0$$

$$x \in]-\infty; 0[$$

def.:
$$|a| = \begin{cases} a, & \text{ha } a \geq 0 \\ -a, & \text{ha } a < 0 \end{cases}$$

A elemei közül ennek az $x = -1$ felel meg.

5.) $|x - 2| = 7$

$x - 2 = 7$
$x_1 = 9$

$x - 2 = -7$
$x_2 = -5$

M: $x = \{-5; 9\}$ ell.: ekv. átalakításokat végeztem

(2.)

6.) a.) $5 - x = \sqrt{2x^2 - 71}$ $/ ^2$

nev. azonosság alapján emeljük négyzetre!!!

$25 - 10x + x^2 = 2x^2 - 71$

$x^2 + 10x - 96 = 0$

$a = 1 \quad b = 10 \quad c = -96$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 384}}{2} = \frac{-10 \pm 22}{2} = \begin{cases} 6 \notin ÉT \\ \underline{\underline{-16}} \end{cases}$

kikötés:

$2x^2 - 71 \geq 0$ — $\sqrt{\ }$ alatt nem lehet (−)

$2x^2 \geq 71$

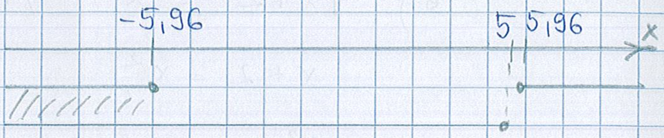
$x^2 \geq 35{,}5$

$|x| \geq \sqrt{35{,}5} \approx 5{,}96$

$5 - x \geq 0$ — $\sqrt{\ }$ értéke nem lehet (−)

$5 \geq x$

$x \leq 5$



$\boxed{x \leq -\sqrt{35{,}5}}$

ell.: Be kell helyettesíteni, mert a négyzetre emelés nem Ekv. átal.!!!

bal o.: $5 - (-16) = 5 + 16 = 21$

jobb o.: $\sqrt{2 \cdot (-16)^2 - 71} = \sqrt{441} = 21$ ✓

b.) $\sin^2 x = 1 + 2\cos x$ — $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ azonosságból

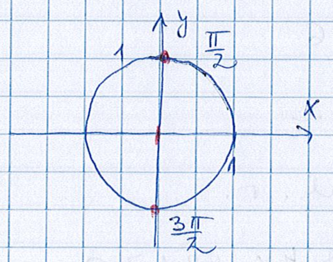
$1 - \cos^2 x = 1 + 2\cos x$ $/ -1$ — $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\cos^2 x + 2\cos x = 0$

$\cos x (\cos x + 2) = 0$ — $a \cdot b = 0 \iff a = 0$ vagy $b = 0$

$\cos x = 0$ VAGY $\cos x + 2 = 0$

$\cos x = -2$ — $\cos x \in [-1; 1]$ miatt nem lehetséges



$x = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi \quad k \in \mathbb{Z}$

ell.: ekv. átalakításokat végeztem.

7. $x \in \mathbb{R}$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x} = 2$$

$$\sqrt{x} = 4$$

$$x = 16 \qquad \text{ell.} \quad \frac{1}{2}\sqrt{16} = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \checkmark$$

8. a.) nem tartozik a témakörhöz

b.) $\sqrt{x+2} = x \quad /\uparrow 2$ kikötések:

$x + 2 = x^2$ — $x + 2 \geq 0$, $x \geq -2$ — $\sqrt{\ }$ alatt nem lehet $\ominus$

$x^2 - x - 2 = 0$

$\boxed{x \geq 0}$ — $\sqrt{\ }$ értéke nem lehet $\ominus$

$a = 1 \quad b = -1 \quad c = -2$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \underline{\underline{2}} \\ -1 \notin ÉT \end{cases}$$

ell.: muszáj, mert a négyzetre emelés nem ekv. átal.

$$\sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2 \checkmark$$

9. $|x| = 7$

$$x = \pm 7$$

10. $f(x) = |x - 4| \qquad x \in \mathbb{R}$

$f(x) = 6$

$|x - 4| = 6$

$x - 4 = 6$ VAGY $x - 4 = -6$

$x_1 = 10 \qquad x_2 = -2$

$x = \{-2; 10\}$ ell.: ekv. átal. v.

11. a.) $x + 4 = \sqrt{4x+21} \quad /\uparrow 2$ kikötések: $4x + 21 \geq 0$, $4x \geq -21$, $x \geq -5{,}25$ — $\sqrt{\ }$ alatt nem lehet $\ominus$

nev. azonosság alapján emeljük négyzetre

$x^2 + 8x + 16 = 4x + 21$ — $x + 4 \geq 0$, $x \geq -4$ — $\sqrt{\ }$ értéke nem lehet $\ominus$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

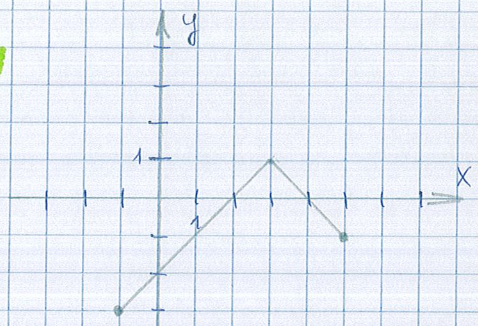
$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 1 \notin ÉT \\ \underline{\underline{-5}} \end{cases}$$

$\boxed{-5{,}25 \leq x \leq -4}$

ell.: BE KELL HELYETTESÍTENI ($\uparrow 2$ miatt)

b.) nem tartozik a témakörhöz

12.



$x \in [-1;5]$

$x \mapsto -|x-3|+1$

megoldás: C

13.

$|x^2-8|=8$

VAGY

$x^2-8=8$ $\qquad$ $x^2-8=-8$

$x^2=16$ $\qquad$ $x^2=0$

$x_{1,2}=\pm 4$ $\qquad$ $x_3=0$

$x=\{-4;\ 0;\ 4\}$ $\qquad$ ell.: ekv. átalakításokat végeztem

14. a.) $|x-3|=3x-1$

def. alapján

$$|x-3|=\begin{cases} x-3, & \text{ha } x-3\geq 0, \text{ azaz } x\geq 3 \\ -x+3, & \text{ha } x-3<0, \text{ azaz } x<3 \end{cases}$$

ha $\boxed{x\geq 3}$

$x-3=3x-1$

$-2=2x$

$x=-1 \notin ÉT$

nem megoldás

ha $\boxed{x<3}$

$-x+3=3x-1$

$4=4x$

$x=1 \in ÉT$ ✓

ell.: ekv. átalakításokat végeztem

b.) nem tartozik a témakörhöz