EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK

1. a) $7 + x < -2(x-2) \qquad x \in \mathbb{R}$

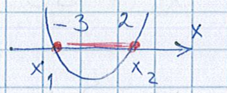
$7 + x < -2x + 4 \qquad /+2x \quad /-7$

$3x < -3 \qquad /:3$

$x < -1 \qquad M: \; x \in \,]-\infty; -1[$

b.) $x^2 + x - 6 \le 0$ $\qquad$ ax^2+bx+c ált. alakból

$a = 1 \quad b = 1 \quad c = -6$ $\qquad$ $a > 0$ miatt

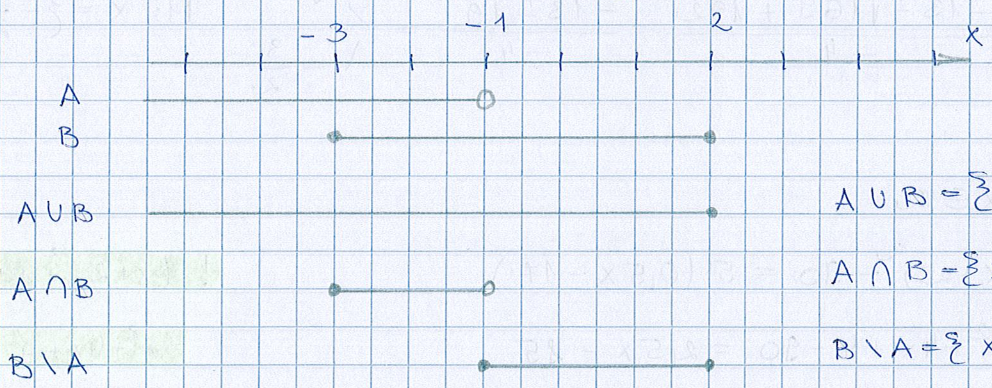


$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} -3 \\ 2 \end{cases}$

$M: \; x \in [-3; 2]$

c.) $A = \{ x \mid x \in \,]-\infty; -1[\, \}$

$B = \{ x \mid x \in [-3; 2] \}$



$A \cup B = \{ x \mid x \in \,]-\infty; 2] \}$

$A \cap B = \{ x \mid x \in [-3; -1[\, \}$

$B \setminus A = \{ x \mid x \in [-1; 2] \}$

2. $a = 2$, $b = -1$ $\qquad \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{(-1)} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{2} = -\dfrac{1}{2}$

3. $x \cdot y = 600 \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{600}{x}$ $\qquad x \neq 0$, $y \neq 0$ (ha x v. y 0 lenne, akkor $xy \neq 600$)

$(x-10)(y+5) = 600$

$(x-10)\left(\dfrac{600}{x} + 5\right) = 600$

$600 + 5x - \dfrac{6000}{x} - 50 = 600 \qquad /-600$

$5x - \dfrac{6000}{x} - 50 = 0 \qquad /\cdot x$

$5x^2 - 6000 - 50x = 0 \qquad /:5$

$x^2 - 10x - 600 = 0$

$x^2 - 10x - 600 = 0$ $\qquad a = 1$, $b = -10$, $c = -600$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{100+2400}}{2} = \frac{10 \pm 50}{2} = \begin{cases} -20 \\ 30 \end{cases}$$

$x_1 = -20$ $\qquad y_1 = \frac{600}{-20} = -30$

$x_2 = 30$ $\qquad y_2 = \frac{600}{30} = 20$

A megoldás egy $(x;y)$ koordinátapár!

$M = \{(-20; -30); (30; 20)\}$

ell: csak ekvivalens átalakításokat végeztem

4. $-2x^2 + 13x + 24 = 0$ $\qquad x \in \mathbb{R}$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} =$$

$a = -2$, $b = 13$, $c = 24$

$$= \frac{-13 \pm \sqrt{169+192}}{-4} = \frac{-13 \pm 19}{-4} = \begin{cases} 8 \\ -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$M: x = \{-\frac{3}{2}; 8\}$

5. a.) $x \in \mathbb{R}$

$(x+2)^2 - 90 = 5 \cdot (0{,}5x - 17)$

! $(x+2)^2$ = nevezetes az. $= x^2 + 4x + 4$

$x^2 + 4x + 4 - 90 = 2{,}5x - 85$

$x^2 + 1{,}5x - 1 = 0$ $\qquad / \cdot 2$

$2x^2 + 3x - 2 = 0$ $\qquad a = 2 \quad b = 3 \quad c = -2$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -2 \end{cases}$$

$M: x = \{-2; \frac{1}{2}\}$

ell.: ekvivalens átalakításokat végeztem

5. b.) $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\frac{3-x}{7x} < 2$$

kikötés: $x \neq 0$ mert a nevező $\neq 0$

ÉT: $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\frac{3-x}{7x} - 2 < 0$$

0-ra kell redukálni, mert ha $7x$-mel szoroznánk, akkor figyelembe kellene venni azt, hogy $+$ vagy $-$ számmal szorzunk-e, de azt nem tudjuk [fordul-e az egyenlőtlenség]

$$\frac{3-x}{7x} - \frac{14x}{7x} < 0$$

$$\frac{3-15x}{7x} < 0$$

tört < 0 akkor és csak akkor, ha

1. eset: $\frac{+}{-}$ $\boxed{\text{VAGY}}$ 2. eset: $\frac{-}{+}$

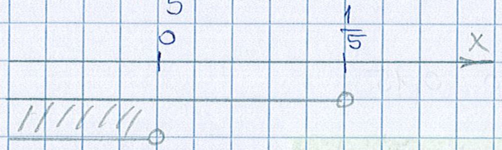
ellentétes előjelű a számláló és a nevező

$3-15x > 0$ és $7x < 0$ $\boxed{\text{VAGY}}$ $3-15x < 0$ és $7x > 0$

$3 > 15x$ $\quad x < 0$

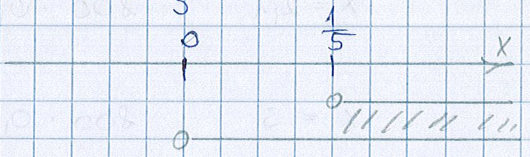
$15x < 3 \quad /:15$

$x < \frac{1}{5}$

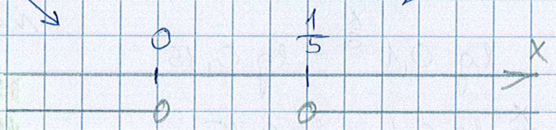


$\boxed{x < 0}$

$x > \frac{1}{5}$ $\quad x > 0$



$\boxed{x > \frac{1}{5}}$



M: $x \in \left]-\infty; 0\right[\cup \left]\frac{1}{5}; +\infty\right[$

ugyanez másképpen leírva: $x \in \mathbb{R} \setminus \left[0; \frac{1}{5}\right]$

6. $I(x) = I_0 \cdot 0{,}1^{\frac{x}{6}}$ $\quad I_0\left(\frac{\text{watt}}{m^2}\right)$ $\quad x\,(\text{mm})$ $\quad (x \geq 0)$

$I_0 = 800\left(\frac{\text{watt}}{m^2}\right)$

a.)

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
I(x)	800	713	635	505	450	357	253

(egészre kerekítve)

$x = 0{,}3 \quad 800 \cdot 0{,}1^{\frac{0{,}3}{6}} = 800 \cdot 0{,}1^{0{,}05} = 713{,}00075 \approx 713$

$x = 0{,}6 \quad 800 \cdot 0{,}1^{\frac{0{,}6}{6}} = 800 \cdot 0{,}1^{0{,}1} = 635{,}46 \approx 635$

$x = 1{,}2 \quad 800 \cdot 0{,}1^{\frac{1{,}2}{6}} = 800 \cdot 0{,}1^{0{,}2} = 504{,}77 \approx 505$

$x = 1{,}5 \quad 800 \cdot 0{,}1^{\frac{1{,}5}{6}} = 800 \cdot 0{,}1^{0{,}25} = 449{,}87 \approx 450$

$x = 2{,}1 \quad 800 \cdot 0{,}1^{\frac{2{,}1}{6}} = 800 \cdot 0{,}1^{0{,}35} = 357{,}35 \approx 357$

$x = 3 \quad 800 \cdot 0{,}1^{\frac{3}{6}} = 800 \cdot 0{,}1^{0{,}5} = 252{,}98 \approx 253$

b.) $x = ? \quad 800 \cdot 0{,}1^{\frac{x}{6}} = 800 \cdot 0{,}15$

eredeti 15%-a

$0{,}1^{\frac{x}{6}} = 0{,}15$ — a lg. fv. szig. monotonitása miatt

$\lg 0{,}1^{\frac{x}{6}} = \lg 0{,}15$ — Veszem mindkét oldal 10-es alapú logaritmusát

$\frac{x}{6} \lg 0{,}1 = \lg 0{,}15$

$\frac{x}{6} = \frac{\lg 0{,}15}{\lg 0{,}1}$

$x = 6 \cdot \frac{\lg 0{,}15}{\lg 0{,}1} = 4{,}94 \approx 4{,}9 \text{ mm}$

c.) Nem ebbe a témakörbe tartozik.

7.

$x^2 - 25 = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$

$x^2 = 25$

$|x| = 5$

$x = \{-5; +5\}$

Melyik az a szám, amelyiknek a négyzete 25?

A ±5-nek is 25 a négyzete!!!

8. $x \in \mathbb{R}$

a.) $x - \frac{x-1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$

közös nevező a 2; 4; 3 legkisebb közös többszöröse: 12

$\frac{12x}{12} - \frac{6(x-1)}{12} > \frac{3(x-3)}{12} - \frac{4(x-2)}{12} \qquad /\cdot KN$

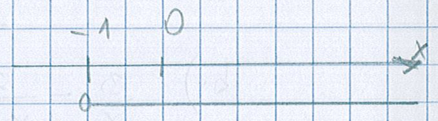
$12x - 6(x-1) > 3(x-3) - 4(x-2) \qquad /zb.$

$12x - 6x + 6 > 3x - 9 - 4x + 8$

$6x + 6 > -x - 1 \qquad /+x \quad /-6$

$7x > -7 \qquad /:7$

$x > -1 \qquad x \in \,]-1; +\infty[$



ell.: csak ekvivalens átalakításokat végeztem

b.) $-3x^2 - 1 \leq -4$

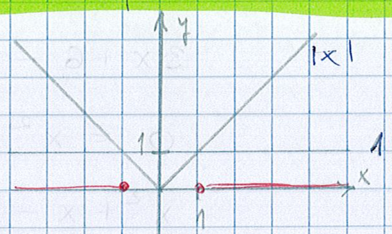
$-3x^2 \leq -3 \qquad /:(-3)$

⊖ számmal való osztás miatt fordul a reláció!

$x^2 \geq 1$

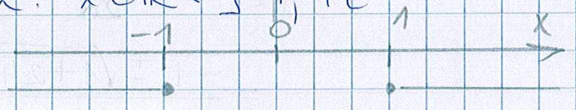
$|x| \geq 1$

$x \geq 1$ vagy $x \leq -1$



M: $x \in \,]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[$

ugyanez másképp leírva: $x \in \mathbb{R} \setminus \,]-1; 1[$



ell: csak ekv. átal. v.

(ez 1p-ot ér az érettségin!)

9.

$x^2 - 6{,}5x - 3{,}50 = 0$

$a = 1 \quad b = -6{,}5 \quad c = -3{,}5$

$\left.\begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{array}\right\}$ Viète-formulák alapján

a.)

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{6{,}5}{1} = 6{,}5$ gyökök összege

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3{,}5}{1} = -3{,}5$ gyökök szorzata

10. $x \in \mathbb{R}$

a.)

$5^{x+1} + 5^{x+2} = 30$

$5 \cdot 5^x + 5^2 \cdot 5^x = 30$

$5 \cdot 5^x + 25 \cdot 5^x = 30$ (5^x-t kiemeljük)

$30 \cdot 5^x = 30 \quad /:30$

$5^x = 1$ bm. $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $a^0 = 1$

$5^x = 5^0$ az exp. fv. szig. mon. miatt

$x = 0$ ell.: ekv. átalakításokat végeztem

b.)

$\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 1 \qquad x \neq 0 \quad x \neq -2$ (a kikötés azért van, mert a nevező $\neq 0$)

közös nevező = a nevezők szorzata

$\frac{3(x+2) - 2x}{x(x+2)} = \frac{x(x+2)}{x(x+2)} \quad /\cdot KN$

$3(x+2) - 2x = x(x+2)$

$3x + 6 - 2x = x^2 + 2x$

$0 = x^2 + x - 6$

$x^2 + x - 6 = 0 \qquad a = 1 \quad b = 1 \quad c = -6$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$

M: $x = \{-3; 2\}$ ell. csak ekv. átal. végeztem

11. a.) $\frac{x+2}{3-x} \geq 0$

tört ≥ 0 a.c.s.a., ha

1. eset: $\frac{(+) \text{ vagy } 0}{(+)}$ VAGY

2. eset: $\frac{(-) \text{ vagy } 0}{(-)}$

1. eset: $\frac{(+) \text{ vagy } 0}{(+)}$

$x + 2 \geq 0$ és $3 - x > 0$

$x \geq -2$

$3 > x$

$x < 3$

M: $-2 \leq x < 3$ $\quad x \in [-2; 3[$

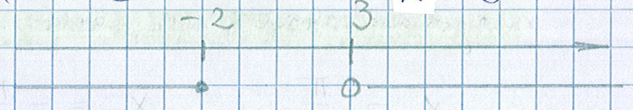
VAGY

2. eset: $\frac{(-) \text{ vagy } 0}{(-)}$

$x + 2 \leq 0$ és $3 - x < 0$

$x \leq -2$

$x > 3$



nincs közös rész $\Rightarrow$ $x \in \emptyset$

M: $x \in [-2; 3[$ ell.: ekv. átal. v.

b.) $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$ (kiemeljük a 3^x-t)

$5 \cdot 3^x = 20 \quad | :5$

$3^x = 4$

$[x = \log_3 4]$ (ha a számológépen tud 3-alapú log-t számolni)

$\lg 3^x = \lg 4$ (ha nem tud ...)

$x \lg 3 = \lg 4$

$x = \frac{\lg 4}{\lg 3} = 1,2618595 \approx 1,2619$

(4 tizedesre kell kerekíteni)

11. c) $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ $\quad x \in [-\pi; \pi]$

behelyettesítünk: $y = \cos x$ $\quad y \in [-1; 1]$

$y^2 = \cos^2 x$

a koszinusz fv. ÉK-e miatt

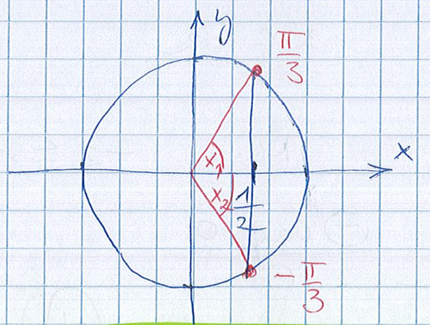
$2y^2 + 3y - 2 = 0 \qquad a = 2 \quad b = 3 \quad c = -2$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -2 \notin ÉT \end{cases}$$

$y \in [-1; 1]$ miatt

$y = \frac{1}{2}$

$\cos x = \frac{1}{2}$



(ezen keressük a koszinuszt)

Mivel csak az $x \in [-\pi; \pi]$-on keressük a megoldásokat, nem kell a periódusokat hozzáadni

$x_1 = \frac{\pi}{3} \qquad x_2 = -\frac{\pi}{3}$

ell. ekv. átalakításokat végeztünk

12. $f(x) = 5x + 5,25$ $\quad$ ÉT: $x \in \mathbb{R} \rightarrow D_f = \mathbb{R}$

$g(x) = x^2 + 2x + 3,5$ $\quad$ ÉT: $x \in \mathbb{R} \rightarrow D_g = \mathbb{R}$

x	3
f(x)	20,25

x	−1
g(x)	2,5

$f(3) = 5 \cdot 3 + 5,25 = 15 + 5,25 = 20,25$

$g(x) = x^2 + 2x + 3,5 = 2,5$

ezt az egyenletet kell megoldani (milyen x-nél lesz a behelyettesítési érték 2,5?)

$x^2 + 2x + 3,5 = 2,5$

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{-2 \pm 0}{2} = -1$$

ha felismerjük a nevezetes azonosságot, akkor:

$x^2 + 2x + 1 = 0$

$(x + 1)^2 = 0$

$x + 1 = 0$

$x = -1$

12. b.) $x \in \mathbb{R}$ (5.)

$g(x) = x^2 + 2x + 3,5$ Ék-et kell meghat.

teljes négyzetté alakítással:

$\underbrace{x^2 + 2x}_{x^2+2x+1-1} + 3,5 = (x+1)^2 - 1 + 3,5 = (x+1)^2 + 2,5$

$\underbrace{x^2 + 2x + 1}_{(x+1)^2} - 1$

$(x+1)^2 - 1$

$a(x-u)^2 + v$ alakból a

szélsőérték-hely: $x = u$

szélsőérték: $y = v$

szélsőérték típusa: ha $a > 0 \Rightarrow$ MINIMUM

ha $a < 0 \Rightarrow$ MAXIMUM

$(x+1)^2 + 2,5 \Rightarrow a = 1 \quad a > 0$ MINIMUMA van

MINIMUM: $\begin{cases} x = -1 & \text{helyen} \\ y = 2,5 & \text{a legkisebb felvett érték} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Ék: $y \in [2,5; +\infty[$

c.) $5x + 5,25 > x^2 + 2x + 3,5$

$0 > x^2 - 3x - 1,75$

$x^2 - 3x - 1,75 < 0 \quad / \cdot 4$ → nem kell, csak nincs itthon a számológépem... (így ki tudom könnyen számolni)

$4x^2 - 12x - 7 < 0$

$a = 4$
$b = -12$
$c = -7$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 112}}{8} =$$

$$= \frac{12 \pm 16}{8} = \begin{cases} 3,5 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

M: $x = \{-\frac{1}{2}; 3,5\}$ ell. ekv. átalakításokat végeztem

13.

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

14. a.)

$$\left.\begin{aligned} 2x - 6y &= 4 \\ 3x + 5y &= 20 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &/\cdot 3 \\ &/\cdot 2 \end{aligned}$$

úgy szorozzuk az egyenleteket, hogy az x együtthatói megegyezzenek

$$\left.\begin{aligned} 6x - 18y &= 12 \\ 6x + 10y &= 40 \end{aligned}\right\} \quad (2) - (1)$$

$28y = 28 \quad /:28$

$y = 1$

$2x - 6 \cdot 1 = 4$

az egyszerűbb egyenletbe visszahelyettesítünk

$2x = 10$

$x = 5$

$M = \{(5;1)\}$

(x;y) számpárként kell megadni a megoldást

ell.:

(1) $2 \cdot 5 - 6 \cdot 1 = 10 - 6 = 4$ ✓

(2) $3 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 15 + 5 = 20$ ✓

mindkét egyenletbe be kell helyettesíteni x-et és y-t és megnézni, hogy tényleg az jön-e ki

b.) $\sqrt{x+2} = x$ kikötés: $x + 2 \geq 0$ $\boxed{x \geq -2}$

a gyök alatt nem lehet ⊖ szám

/négyzetre emeljük

$x + 2 = x^2$

$0 = x^2 - x - 2$

!!! A négyzetre em. NEM ekvivalens átalakítás ⇒ MUSZÁJ ellenőrizni

$x^2 - x - 2 = 0 \quad a = 1 \quad b = -1 \quad c = -2$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} = \begin{cases} 2 \in ÉT \\ -1 \in ÉT \end{cases}$$

hamis gyök

ell. ha $x = 2$

$M: x = \{2\}$

$$\left.\begin{aligned} &\text{bal oldal: } \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2 \\ &\text{jobb oldal: } 2 \end{aligned}\right\} ✓$$

ha $x = -1$

$$\left.\begin{aligned} &\text{bal oldal: } \sqrt{-1+2} = \sqrt{1} = \boxed{1} \\ &\text{jobb oldal: } \boxed{-1} \end{aligned}\right\} \neq ! \quad x = -1 \text{ hamis gyök!}$$

15. a.) $\frac{x-1}{2} + \frac{2x}{5} = 4$

közös nevező: a 2 és 5
legkisebb közös többszöröse: 10

$\frac{5(x-1)}{10} + \frac{4x}{10} = \frac{40}{10}$ $/\cdot 10$

$5x - 5 + 4x = 40$

$9x - 5 = 40$

$9x = 45$ $/:9$

$x = 5$

ell.: ekv. átalakításokat v.

b.) $\lg(x-1) + \lg 4 = 2$

kikötés: $x - 1 > 0$
$x > 1$

$\log_a b$ értelmezése
$a > 0$ és $a \neq 1$
$b > 0$

$\lg (x-1)\cdot 4 = \lg 10^2$

a log. fv. szig. monotonitása miatt

$(x-1)\cdot 4 = 100$

$4x - 4 = 100$

$4x = 104$

$x = 26 \in ÉT$

ell. ekv. átal. v.

16. a.) $x + 4 = \sqrt{4x+21}$ $/^2$

nevezetes azonosság alapján emeljük négyzetre !!!

kikötések:
$4x + 21 \geq 0$
$4x \geq -21$
$x \geq -5{,}25$
és
$x + 4 \geq 0$
$\boxed{x \geq -4}$

a $\sqrt{\ }$ alatt nem lehet ⊖ szám

a $\sqrt{\ }$ EREDMÉNYE nem lehet ⊖

ez a szigorúbb

$x^2 + 8x + 16 = 4x + 21$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

$a = 1 \quad b = 4 \quad c = -5$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 1 \in ÉT \\ -5 \notin ÉT \; ! \end{cases}$$

$\boxed{x = 1}$

Mivel a négyzetreemelés NEM ekv. átal.
⇒ MUSZÁJ ellenőrizni !!!

ell. bal o.: $1 + 4 = 5$
jobb o.: $\sqrt{4\cdot 1 + 21} = \sqrt{4 + 21} = \sqrt{25} = 5$

✓ jó megold. (valódi gyök)

16. b.)

$$3x + y = 16 \quad /\cdot 2$$
$$5x - 2y = 45$$

csak lemásolom

$$6x + 2y = 32$$
$$5x - 2y = 45$$

$(1) + (2)$ — mivel ellentétes előjelűek, ha összeadjuk, kiesnek az y-ok

$$11x = 77 \quad /:11$$
$$x = 7$$

$$3 \cdot 7 + y = 16$$ az egyszerűbbe behelyettesítünk

$$21 + y = 16 \quad /-21$$
$$y = -5$$

$$M = \{(7; -5)\}$$

ellenőrzés: mindkét egyenletbe behelyettesítjük őket

(1) $3 \cdot 7 + (-5) = 21 - 5 = 16$ ✓

(2) $5 \cdot 7 - 2 \cdot (-5) = 35 + 10 = 45$ ✓

17.

$$(x-3)^2 + 2x = 14$$

nevezetes azonosság!!!

$$x^2 - 6x + 9 + 2x - 14 = 0$$
$$x^2 - 4x - 5 = 0 \qquad a = 1 \quad b = -4 \quad c = -5$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 5 \\ -1 \end{cases}$$

$M: x = \{-1; 5\}$ ell.: előző átalakításokat v.

18.

	hiányzik	megvan
Anna:	12 %	$100\% - 12\% = 88\%\ (=0{,}88)$
Zsuzsi:	$\frac{1}{5}$	$1 - \frac{1}{5} = \frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}\ (=0{,}8)$

a magazin ára: x Ft

a) ha összeadják a pénzüket:

$$\underbrace{0{,}88x}_{\text{Anna pénze}} + \underbrace{0{,}8x}_{\text{Zsuzsi pénze}} = \underbrace{x}_{\text{megveszik az újságot}} + \underbrace{714}_{\text{ennyi pénzük marad}}$$

$$1{,}68x = x + 714$$

$$0{,}68x = 714 \qquad /:0{,}68$$

$x = 1050$ Ft − ba került a magazin

Anna pénze: $0{,}88 \cdot 1050 = 924$ Ft
Zsuzsi pénze: $0{,}8 \cdot 1050 = 840$ Ft } volt.

b) Annának jár: y
Zsuzsinak jár: $714 - y$ } $y + 714 - y = 714$ a maradék pénzük

$$\frac{y}{714-y} = \frac{0{,}88\,(x)}{0{,}8\,(x)}$$

a visszajáró aránya = az eredeti pénzük aránya

ha 2 tört egyenlő, akkor KERESZTBE SZOROZUNK:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$ad = bc$$

$$0{,}8y = 0{,}88(714 - y)$$

$$0{,}8y = 628{,}32 - 0{,}88y$$

$$1{,}68y = 628{,}32 \qquad /:1{,}68$$

$$y = 374$$

Annának 374 Ft jár, Zsuzsinak pedig $714 - 374 = 340$ Ft.

19

alapdíj : 240 Ft (fogyasztástól függetlenül)

nappali áram : 19,8 Ft 1 kWh - ként

éjszakai áram : 10,2 Ft 1 kWh - ként

ÁFA : 12 % (a teljes számlaértékre)

a.)

alapdíj			240 Ft
nappali	39 kWh	$\rightarrow$	$39 \cdot 19,8$ Ft
éjszakai	24 kWh	$\rightarrow$	$24 \cdot 10,2$ Ft +

$$(240 + 39 \cdot 19,8 + 24 \cdot 10,2) \cdot 1,12 = 1407,84 \approx$$
$$\approx \underline{\underline{1408 \text{ Ft}}}$$

ÁFA miatt

b.) $F = (240 + x \cdot 19,8 + y \cdot 10,2) \cdot 1,12$

c.) $(240 + 2x \cdot 19,8 + x \cdot 10,2) \cdot 1,12 = 5456 \quad / : 1,12$

2-szerese az éjszakai fogyasztásnak

$$240 + 39,6x + 10,2x = 4871,43$$
$$49,8x = 4631,43 \quad / : 49,8$$
$$x = 93$$

Az éjszakai fogyasztás 93 kWh, a nappali 186 kWh.

d.)

$x \cdot 19,8 = y \cdot 10,2$ x : nappali f.
y : éjszakai f.

$$\frac{x}{y} = \frac{10,2}{19,8} = 0,\dot{5}\dot{1}$$

$0,\dot{5}\dot{1}$ volt a nappali és az éjszakai fogyasztás aránya.

20. eredeti ár: x Ft

$$x \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}75 = 3600$$

$$0{,}9x = 3600 \qquad /:0{,}9$$

$x = 4000$ Ft volt a farmer eredeti ára.

20% növelés: 100% + 20% = 120% = 1,2

25% csökk.: 100% − 25% = 75% = 0,75

21.

	sor	oszlop	összesen
Fenyő	x	y	xy
Tölgy	$x-4$	$y-5$	$(x-4)(y-5)$
Platán	$x+3$	$y+2$	$(x+3)(y+2)$

$x, y \in \mathbb{Z}^+$

$x > 4 \quad y > 5$

(tölgyek miatt)

$$\left.\begin{aligned}(x-4)(y-5) &= xy - 360\\ (x+3)(y+2) &= xy + 228\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}xy - 4y - 5x + 20 &= xy - 360\\ xy + 3y + 2x + 6 &= xy + 228\end{aligned}\right\} \quad (2)-(1)$$

$$\left.\begin{aligned}-4y - 5x &= -380 \quad /\cdot(3)\\ 3y + 2x &= 222 \quad /\cdot(4)\end{aligned}\right\}$$

úgy szorozzunk, hogy ki tudjuk ejteni

$$\left.\begin{aligned}-12y - 15x &= -1140\\ 12y + 8x &= 888\end{aligned}\right\} \quad (1)+(2)$$

$$-7x = -252$$

$$x = 36$$

$$3y + 2 \cdot 36 = 222$$

az egyszerűbb egyenletbe helyettesítjük be

$$3y + 72 = 222$$

$$3y = 150$$

$$y = 50$$

36 sor fenyő van, soronként 50 fenyővel.

b.) platánok: $(36+3) \cdot (50+2) = 39 \cdot 52 = 2028$

2028 platánt ültettek.

22.

	MOST		5 év múlva
Bea apukája	$2{,}5x$	$\xrightarrow{+5}$	$50 = 2{,}5x+5$
Bea	x	$\xrightarrow{+5}$	$x+5$

$2{,}5x + 5 = 50 \quad / -5$

$2{,}5x = 45 \quad / :2{,}5$

$x = 18$ éves most Bea.

23.

$\cdot 2$ 1/2 kg mazsola ára: 75 Ft $\cdot 2$

$\cdot 2$ 1 kg 150 Ft $\cdot 2$

x kg 300 Ft

← ebből is kiszámolható:

$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{300}{75}$

$2x = 4$

$x = 2$ kg

EGYENES ARÁNYOSSÁG

↓

összetartozó értékpárok aránya állandó

$\frac{x}{1} = \frac{300}{150}$

$x = 2$ kg mazsolát kapunk.

24.

Mg. ára: 250.000 Ft

10%-ot veszít az árából: $100\% - 10\% = 90\% = 0{,}9$

$0{,}9 \cdot 250.000 = 225.000$ Ft lesz a gép értéke.

25.

a.) 1. órában (7-kor 8 óráig): 40 km-t tett meg

b.) 1 ó alatt 40 km $\Rightarrow v = 40$ km/h

$s = 108$ km $\qquad v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v}$

$v = 40$ km/h

$t = \frac{s}{v} = \frac{108}{40} = 2{,}7$ h alatt teszi meg.

c.) nem ehhez a teherautóhoz tartozik az ábrázolás

d.) a gyorsvonat fél órával később indul $\Rightarrow$ a találkozásig 1/2 h-val kevesebb lesz az ideje

	t	v	s
teherv.	t	40 km/h	s
gyorsv.	$t - 0{,}5$	70 km/h	s

$s = v \cdot t$

azt írjuk fel, amelyik mindkettőnél megegyezik (s, v, t közül)

9.

25. d.) folytatás

tehervonat: $s = 40\,(km/h) \cdot t$

gyorsvonat: $s = 70\,(km/h) \cdot (t - 0{,}5)$

$$40t = 70(t - 0{,}5)$$

$$40t = 70t - 35$$

$$30t = 35$$

$$t = \frac{35}{30} = \frac{7}{6}\ h = 1\ h\ 10\ perc$$

$$s = 40 \cdot t = 40 \cdot \frac{7}{6} = \frac{280}{6} = 46\frac{2}{3}\ km$$

A gyorsvonat Budapesttől $46\frac{2}{3}$ km távolságra éri utol a tehervonatot.

26. p_m (p – mért)

p_v (p – valós)

$$\lg p_m = 0{,}8 \cdot \lg p_v + 0{,}301$$

a.) $p_v = 20\ Pa$

$$\lg p_m = 0{,}8 \cdot \lg 20 + 0{,}301$$

$$\lg p_m - 0{,}8 \cdot \lg 20 = 0{,}301$$

$$\lg \frac{p_m}{20^{0{,}8}} = 0{,}301$$

$$\frac{p_m}{20^{0{,}8}} = 10^{0{,}301}$$

$$p_m = 20^{0{,}8} \cdot 10^{0{,}301} = 21{,}9697 \approx \underline{\underline{22\ Pa}}$$

26.

b.) $\lg p_m = 0{,}8 \cdot \lg p_v + 0{,}301$

$p_m = 50\,\text{Pa}$

$\lg 50 = 0{,}8 \cdot \lg p_v + 0{,}301$

$\lg p_v = \dfrac{\lg 50 - 0{,}301}{0{,}8}$

$\lg p_v = 1{,}74746$

$p_v = 10^{1{,}74746} \approx 55{,}906 \approx \underline{\underline{56\,\text{Pa}}}$

c.) $\lg p = 0{,}8 \cdot \lg p + 0{,}301$ $\qquad x := \lg p$

$x = 0{,}8x + 0{,}301$

$0{,}2x = 0{,}301$

$x = 1{,}505$

$\lg p = 1{,}505$

$p = 10^{1{,}505} = 31{,}9889 \approx 32\,\text{Pa}$

$p_m = p_v \approx 32\,\text{Pa}$ esetén mutatja a műszer a valódi értéket.

27.

a szám: x

$x \cdot \frac{5}{6} \cdot 0{,}2 = 31 \qquad / : 0{,}2$

$x \cdot \frac{5}{6} = 155 \qquad / \cdot \frac{6}{5}$

$x = 186$ a keresett szám.

28.

$M = -4{,}42 + \frac{2}{3} \lg E$

a.) $E = 1{,}344 \cdot 10^{14}$ joule

$M = -4{,}42 + \frac{2}{3} \cdot \lg(1{,}344 \cdot 10^{14}) \approx 5$

$M = 5$

b.) $9{,}3 = -4{,}42 + \frac{2}{3} \lg E$

$\lg E = 20{,}58$

$E = 10^{20{,}58}$ (Joule)

28. c.) $-4,42 + \frac{2}{3}\lg E_c = -4,42 + \frac{2}{3}\lg E_k + 2$

$$\frac{2}{3}\lg E_c = \frac{2}{3}\lg E_k + 2 \qquad /: \frac{2}{3}$$

$$\lg E_c = \lg E_k + 3$$

$$\lg E_c - \lg E_k = 3$$

$$\lg \frac{E_c}{E_k} = 3$$

$$\frac{E_c}{E_k} = 10^3 = 1000$$

1000-szer akkora volt a chilei földrengés, mint a kanadai.

d.) nem tartozik ebbe a témakörbe.

29.

$$\begin{rcases} 5x + y = 3 \\ x + y = 7 \end{rcases} \quad (1) - (2)$$

$$4x = -4 \qquad /:4$$

$$x = -1$$

$$-1 + y = 7$$

$$y = 8 \qquad M = \{(-1; 8)\}$$

A megoldás az (x;y) számpár!

Ell.: (1) $5 \cdot (-1) + 8 = -5 + 8 = 3$ ✓

(2) $-1 + 8 = 7$ ✓

30.

$x^2 + bx - 10 = 0 \qquad a = 1$

$c = -10$

$$D = b^2 - 4ac = 49$$

$$b^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49$$

$$b^2 + 40 = 49$$

$$b^2 = 9$$

$$\underline{\underline{b = \pm 3}}$$

Figyelj! a ±3-nak a négyzete a 9 !!!

$$b = \{-3; +3\}$$