# EXPONENCIÁLIS ÉS LOGARITMUSOS FELADATOK



1. a.) $\log_3\left(\sqrt{x+1}+1\right)=2$ $\quad x\in\mathbb{R},\ x>-1$

$\sqrt{x+1}+1=3^2$ $\quad \log_a b = x \iff a^x=b$

$\sqrt{x+1}=8 \quad /\uparrow 2$

$x+1=64$

$x=63$

ell.: $\log_3\left(\sqrt{64}+1\right)=\log_3 9 = 2$ ✓

b.) nem tartozik a témakörhöz

2.

$\lg x = \lg 3 + \lg 25$

$\lg x = \lg(3\cdot 25)$ $\quad$ a log fv. szig. mon. miatt

$x = 3\cdot 25$

$x = 75$

3. a.) $9^x-2\cdot 3^x-3=0$

$(3^x)^2-2\cdot 3^x-3=0$ $\quad y:=3^x$ $\quad y>0$

(3 bm. hatványa (+))

$y^2-2y-3=0$ $\quad a=1 \quad b=-2 \quad c=-3$

$y_{1,2}=\dfrac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\dfrac{2\pm 4}{2}=\begin{cases}3\in ÉT\\ -1\notin ÉT\end{cases}$

$y=3$

$3^x=3^1$ $\quad$ az exp. fv. szig. mon. miatt

$x=1$ $\quad$ ell.: ekv. átalakításokat végeztem

b.) nem tartozik a témakörhöz

4

(1) $2 \lg (y+1) = \lg (x+11)$

(2) $y = 2x$

behelyettesítjük

kikötés: $2x+1>0$ és $x+11>0$

$\boxed{x > -\frac{1}{2}}$ $\quad x > -11$

$2 \lg (2x+1) = \lg (x+11)$

$\lg (2x+1)^2 = \lg (x+11)$ a lg fv. szig. mon. miatt

$(2x+1)^2 = x+11$ figyel! nem vezet azonosság!

$4x^2+4x+1 = x+11$

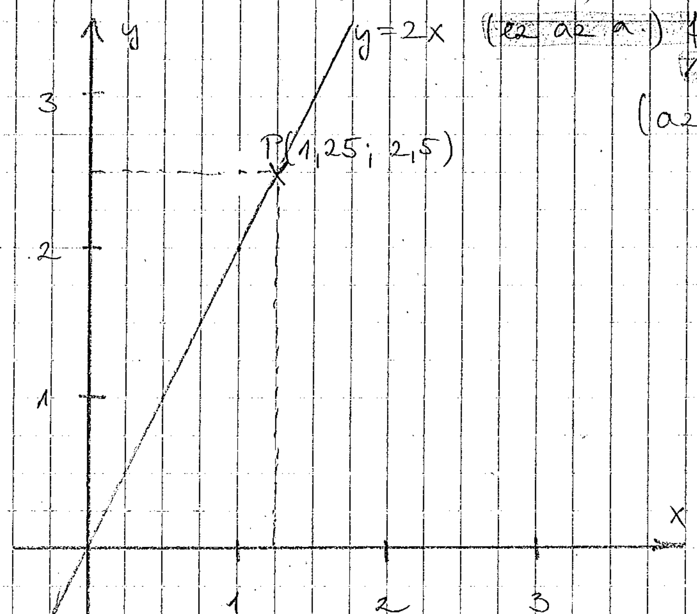
$4x^2+3x-10=0 \qquad a=4 \quad b=3 \quad c=-10$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+160}}{8} = \frac{-3 \pm 13}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$; $-2$ kikötésnek nem felel meg

$x = \frac{5}{4} \qquad y = 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{10}{4}$

$x = 1{,}25 \qquad y = 2{,}5 \qquad M = \{(1{,}25; 2{,}5)\}$

a.) d.) $P(x;y)$ ábrázolása: $P(1{,}25; 2{,}5)$




(ez az a.) feladat megoldása) (az $y=2x$ egyenes pontjai)

b.) A (2) egyenlet nem szűkíti le az ÉT-t

Az (1) egyenletnél: log. beltagja (+) lehet csak:

$y+1>0 \qquad x+11>0$

$y>-1 \qquad x>-11$

$y \in ]-1; +\infty[ \qquad x \in ]-11; +\infty[$

c.) megoldás: lásd fent

d.) megoldás: lásd fent

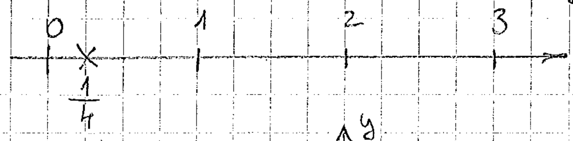
**5.** $\log_{16} x = -\frac{1}{2}$ $\quad x > 0$

$\log_a b = x \iff a^x = b$

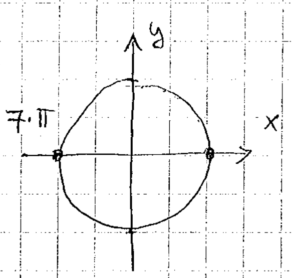
$x = 16^{-\frac{1}{2}}$

$x = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$

ell.: ekv. átalakításokat végeztem




**6.** $A = \frac{\sin 7\pi}{2} = \frac{0}{2} = 0$




$B = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2$

$A > B$

**7.** $\lg x^2 = 2\lg x$ $\quad$ kikötés: $x > 0$ $\quad$ log. béltagja csak $\oplus$ lehet

$\lg x^2 = \lg x^2$ $\quad$ azonosság $\Rightarrow$ minden $x$-re jó, ami az ÉT-nak eleme

M: $x \in \mathbb{R}^+$

**8.** a.) $5^{x-2} < 5^{13-2x}$ $\quad$ az exp. fv. szig. mon. NÖVEKEDÉSE miatt

(a > 0, ezért nem változik a reláció iránya)

$x - 2 < 13 - 2x$

$3x < 15$

$x < 5$

$x \in ]-\infty; 5[$ $\quad$ ell.: ekv. átalakításokat végeztem

b.) $9^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$ $\quad$ kikötés: $x \ge 0$ $\quad$ gyök alatt nem lehet $\ominus$

$(3^2)^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$

$3^{2\sqrt{x}} = 3^{x-3}$ $\quad$ az exp. fv. szig. mon. NÖVEKEDÉSE miatt

nem ekv. átalakítás! ⇓ ellenőrizni kell

$2\sqrt{x} = x - 3$ $\quad /^2$ ! $\quad$ jobb oldalon nemnegatív azonosság, mert emeltünk négyzetre!!!

$4x = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 10x + 9 = 0$ $\quad a = 1 \quad b = -10 \quad c = 9$

$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \\ 1 \text{ hamis gyök} \end{cases}$ $\quad \boxed{x = 9}$

ell. $x = 9$: $9^{\sqrt{9}} = 9^3$, $3^{9-3} = 3^6 = (3^2)^3 = 9^3$ ✓

$x = 1$: $9^{\sqrt{1}} = 9$, $3^{1-3} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$ $\Big\}$ hamis gyök

9. a.) $\lg (x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$

kikötések: beltag (+)

$\lg \frac{(x+15)^2}{3x+5} = \lg 20$ a lg. fv. szig. mon. miatt

$x + 15 \neq 0$
$x \neq -15$
és
$3x+5 > 0$
$3x > -5$
$x > -\frac{5}{3}$

$\frac{(x+15)^2}{3x+5} = 20$ /· nev.

$x^2 + 30x + 225 = 60x + 100$

$x^2 - 30x + 125 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{30 \pm \sqrt{900-500}}{2} = \frac{30 \pm 20}{2} = \begin{cases} 25 \in ÉT \\ 5 \in ÉT \end{cases}$

ell.: ekv. átalakításokat végeztem

a feladatsor hibás! b.)

$25^{\sqrt{x}} = 5 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$

$(5^2)^{\sqrt{x}} = 5^1 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$

$5^{2\sqrt{x}} = 5^{1+3\sqrt{x}}$ az exp. fv. szig. mon. miatt

$2\sqrt{x} = 1 + 3\sqrt{x}$

$-\sqrt{x} = 1$

$\sqrt{x} = -1$ nem lehet, mert $\sqrt{\ }$ értéke nem lehet (−)

nincs megoldása a feladatnak

10. a.) $(\log_2 x - 3)(\log_2 x^2 + 6) = 0$ $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$ vagy $b = 0$

$\log_2 x - 3 = 0$ $\log_2 x^2 + 6 = 0$ kikötés: $x > 0$

$\log_2 x = 3$ $\log_2 x^2 = -6$ beltag (+)!

$x = 2^3$ $x^2 = 2^{-6}$

$x_1 = 8$ $x^2 = \frac{1}{2^6}$

$x_{3,4} = \pm \frac{1}{2^3}$

$x = \{ \frac{1}{8} ; 8 \}$ $x_{3,4} = \pm \frac{1}{8}$ $x > 0$ miatt csak $\frac{1}{8}$ jó

b.) nem tartozik a témakörhöz

11. $\log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$

12. $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2\cdot(-1)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2 = 25$ 　 $x = -1$ helyettesítési érték

13. $a, b, c \in \mathbb{R}^+$

$\lg x = 3\lg a - \lg b + \frac{1}{2}\lg c$

$\lg x = \lg \frac{a^3 \cdot \sqrt{c}}{b}$ 　 a lg fv. szig. mon. miatt

$x = \frac{a^3\sqrt{c}}{b}$ 　 ezért a helyes válasz: F

14. $b, c, d \in \mathbb{R}^+$

$\lg b = \frac{\lg c - \lg d}{3}$ 　 $/ \cdot 3$

$3\lg b = \lg \frac{c}{d}$

$\lg b^3 = \lg \frac{c}{d}$ 　 a lg fv. szig. mon. miatt

$b^3 = \frac{c}{d}$

$b = \sqrt[3]{\frac{c}{d}}$

15. $A = \lg \frac{1}{10} = \lg 10^{-1} = -1$ 　 $A < B$

$B = \cos 8\pi = \cos 0 = 1$