

II. 6. Egész számok ábrázolása

Gépi egészek: olyan, bináris számrendszerben felírt, egész- és törtrészből álló számok, amelyben a törtet jelző pontot valamely két számjegy közé odaképzeltük. A gép a pontot nem tárolja sehol, azt a programozónak kell odaképzelnie, az esetleges nyomtatásnál gondoskodnia az elhelyezéséről (nincs tizedespont). Ezt a számábrázolást ezért *fixpontos ábrázolásnak* nevezzük.

Az egy bájtban tárolt bináris számírásnak könnyen belátható korlátjai vannak. A természetes számok $0000\ 0000_2$ -tól $1111\ 1111_2$ -ig, azaz 0-tól 255-ig írhatók le vele. A következő megkötöttségek jellemzik ezt az értelmezési módot:

- nem írható le vele 255-nél nagyobb szám;
- nem írható le vele negatív szám;

A számítógépen a fixpontos számokat általában két bájtban, vagy négy bájtban ábrázolják, azaz egy szám hossza 16 vagy 32 bit. Ha csak nem negatív számokat kellene ábrázolni, 16 biten a legkisebb ábrázolható szám a nulla, a legnagyobb a $2^{16} - 1$ lenne, míg 32 biten $2^{32} - 1$. De a negatív számok ábrázolásáról is gondoskodnunk kell. Erre több lehetőség is kínálkozik:

- A.) **Előjelbit alkalmazása:** a szám első bitjét felhasználjuk előjelbitnek. Ennek az értéke jelentené, hogy a szám pozitív vagy negatív. Ebben az esetben felére csökken az ábrázolható számok száma, hiszen a számot így valójában eggyel kevesebb biten ábrázoljuk.
- B.) **Kettes komplementerképzés módszere (nullára történő kiegészítés):** Fontos szempont, hogy a műveletvégzés minél egyszerűbb legyen, ezért olyan formát célszerűbb választani, ahol a kivonás összeadással helyettesíthető. (Ugyanis a szorzás összeadások sorozatára, az osztás pedig kivonások sorozatára vezethető vissza. Ha a kivonást sikerül összeadásra visszavezetni, akkor tulajdonképpen a gépnek csak az összeadás műveletét kell ismernie.) A kivonást a túlcsoordulási jelenség kihasználásával vezethetjük vissza a számítógépek műveletvégzésénél az összeadásra. A kivonni kívánt szám kettes komp-

lementerét ha hozzáadjuk a kisebbítendőhöz, akkor a túlsordulás miatt helyes különbséghez jutunk.

A kettes komplementerképzést alkalmazzuk az előjeles egész számok ábrázolására. Ezt a módszert Neumann János dolgozta ki.

A kettes komplementek képzése a következő lépésekből áll:

1. A szám minden egyesének helyére nullát, minden nullájának helyére egyest írunk, így megkapjuk a szám egyes komplementerét.
2. A kapott egyes komplementekhez hozzáadunk egyet. Így megkapjuk a szám kettes komplementjét.

Mielőtt a módszert egy példán kipróbálnánk, az elv megértéséhez nézzünk egy kézzel foghatóbb magyarázatot. Tegyük fel, hogy van egy háromjegyű számlálónk, ami valamit számlál. Ezen a számlálón a legnagyobb lehetséges érték a 999 lesz. Mondjuk, hogy a számlálón jelenleg 993-as szám áll, de mi vissza szeretnénk ezt valami miatt állítani 002-re:

993 → 002

Kétféle lehetőségünk van: vagy visszatekerjük 002-ig a számlálót, ami a kivonásnak felel meg, vagy továbbtekerjük, hiszen a 999 után az 1000 helyett 000-át kapunk, majd 001-et és végül 002-t. Nyilván itt ezt választjuk, mert ez a praktikusabb. Láthatjuk, hogy a kivonás helyett összeadást alkalmaztunk, mégis a kívánt eredményre jutottunk, kihasználtuk azt a tulajdonságát a számlálónak, hogy az ezres helyiértékre kerülő szám elveszett.

Túlsordulás (OVERFLOW) fogalma: Ha a műveleti eredmény nem fér el a változónak fenntartott tárterületen, túlsordulásról beszélünk.

Példa:

A tizes számrendszerben : $210 - 76 = 134$

Nézzük ezt meg a kettes számrendszerben is!

(Azért, hogy ne kelljen annyi helyiérték-pótló nullát leírunk, a példánkban 8 bites tárat vegyünk!)

$$210 = 1101\ 0010_2$$

$$76 = 0100\ 1100_2$$

A 76 kettes számrendszerbeli egyes komplemente: **1011 0011₂**

A 76 kettes számrendszerbeli kettes komplemente: (1011 0011₂
+ 0000 0001₂)
1011 0100₂

Ha a kisebbítendőhöz hozzáadjuk a kivonandó kettes komplementét, a következő eredményhez jutunk:

$$1101\ 0010_2$$

$$+ 1011\ 0100_2$$

$$1\ 1000\ 0110_2$$

A legmagasabb helyiértéken lévő számjegy elveszik, hiszen a nyolc bites tártban nem fér el kilenc számjegy, túlsordul.

A tártban maradó szám: $1000\ 0110_2 = 134_{10}$

($210 - 76 = 134$)

Így, a kettes komplementer-képzés módszerével a számítógépes számolásnál a túlsordulás kihasználásával lehetőség nyílik arra, hogy a kivonást (és ezzel az összes műveletet) összeadással helyettesítsük.

A fixpontos számábrázolásnál 16 biten a $-32\ 768$ és $+32\ 767$ közötti számokat ábrázolhatjuk, a nemnegatív számokat bináris alakban, a negatív számokat pedig bináris alakjuk kettes komplementerével.