1.

KOMBINATORIKA

1.) $n = 22$

$k = 5$

a.) nem számít a sorrend $\Rightarrow C_{22}^{5} = 26334$

b.) számít a sorrend $\Rightarrow V_{22}^{5} = 3.160.080$

2.) A, B, C, D, E osztályok

fix: elsőként az A táncol

A _ _ _ _

$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$ lehetséges sorrend van

3.) háromjegyű $\Rightarrow$ első helyre nem kerülhet a 0!

a feladat nem írja, hogy csak egyszer használható fel egy számjegy $\Rightarrow$ többször is szerepelhet $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ az első helyre 2-féle, a másik kettőre 3-3-féle szám írható: $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ szám képezhető

4.) $n = 20$

helyezettek: 3

különdíjasok: 2

} 5 rangsorolt versenyző

a.) nem számít a sorrend (mert ugyanazt kapják):

$C_{22}^{5} = 26.334$

b.) számít a sorrend (mert különböznek a díjak):

$V_{22}^{5} = 3.160.080$

c.) az 5 rangsorolt között $5! = 120$ -féleképp osztható ki az 5 KÜLÖNBÖZŐ könyv.

d.) nem tartozik a témakörhöz

5.) 1 tag 3 tagnak írhat levelet (a levélírás NEM KÖLCSÖNÖS)

4 tag $4 \cdot 3 = 12$ levelet írhat $\Rightarrow$ b.) a helyes

6.) a-b-c.) nem tartozik a témakörhöz

d.) esetek száma a 4 utolsó fordulóban $3^4 = 81$

kedvező eset: 1

$$p = \frac{\text{kedvező}}{\text{összes}} = \frac{1}{81}$$

7.) 1 csapat 5 csapattal játszik

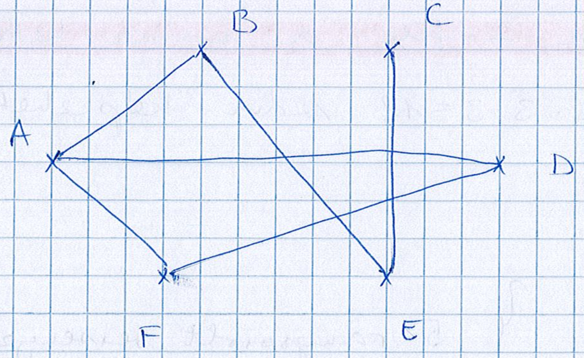
6 csapat $\frac{6 \cdot 5}{2} + \frac{6 \cdot 5}{2} = 6 \cdot 5 = 30$ csapattal a visszavágók miatt

8.) $n = 7$
$k = 3$ sorrend nem számít:

$$C_7^3 = 35$$

9.) A, B, C, D, E, F

a.)



b.) pontosan 1-szer játszik mindenki mindenkivel $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ teljes gráf

élek száma teljes gráfban: $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$

eddig lejátszott mérkőzések: 6

$15 - 6 = \underline{9}$ mérkőzés van még hátra

c.) ha D első: D $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

ha a D második: 5 D $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$

VAGY +

vagyis $5! + 5! = \underline{240}$ lehetőség van

2

10.) 1; 2; 3; 4; 5

$n = 5$

$k = 3$ sorrend számít: $V_5^3 = 60$

másképpen:

$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

11.) a.) c.) nem tartozik a témakörhöz

b.) hónapok nevei: 12 (jan.... dec)

középső: 4 (0; 1; 2; 3)

harmadik: 10 (0.. 9)

nem lesz minden kiforgatható dátum létező dátum, de $12 \cdot 4 \cdot 10 = 480$-féle „dátum" forgatható ki

12.) 7 csúcsú teljes gráf: $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$ kézfogás

13.) $n = 32$ sorrend NEM MINDEGY, mert a titkár és a helyettes nem azonos funkció

$k = 2$

$V_{32}^2 = 992$

másképpen: $32 \cdot 31 = 992$

14.) a - b.) nem tartozik a témakörhöz

c.) csillagonkénti lehetőségek: - kék
- zöld
- nincs kirajzolva

$3^4 = 81$

Mivel legalább 1-et ki kell rajzolni $\Rightarrow$ az az 1 eset, amikor EGYIK SINCS KIRAJZOLVA, az nem lehet $\Rightarrow 81 - 1 = 80$ különböző dekorációs terv lehetséges.

15.) M, N, T, A, B

MT – összeragasztjuk (a két betűt együtt vesszük)

$\boxed{MT}$ N A B

_ _ _ N

3 · 2 · 1 = 6 lehetséges sorrend

$\boxed{MT}$ A B N

$\boxed{MT}$ B A N

A $\boxed{MT}$ B N

B $\boxed{MT}$ A N

A B $\boxed{MT}$ N

B A $\boxed{MT}$ N

16.) a.) nem tartozik a témakörhöz

b.) P, S, Z, K

hold	4	nem lehet szomszédos két azonos színű
körszelet	3	
háromszög	3	ebből le kell vonni azokat, amikor PS egymás mellett van

$4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

PS egymás mellett van:

P S $\underline{\ 3\ }$

S P $\underline{\ 3\ }$

$\underline{\ 3\ }$ P S

$\underline{\ 3\ }$ S P

12 eset

$36 - 12 + 2 = 26$ lehetőség

de ebben a PSP
SPS

eseteket duplán számoltuk !!!

17.) a.) mind az 5 év valószínűsége ugyanakkora, így $p = \frac{1}{5}$

b.)

B A D C E
B C D A E
B D A C E
C A D B E
C D A B E
C D B A E
D A B C E
D C A B E
D C B A E

c.) rossz esetek: ha a pilóták egymás mellett ülnek

jó esetek: összes − rossz

összes: $5! = 120$

rossz: $4! \cdot 2 = 48$

jó $= ö - r = 72$ -féleképpen ülhetnek le

[megjegyzés: rossz esetek kiindulása: a két pilót „összeragasztjuk" → $4!$ sorrend
az így lehetséges sorrendekben a 2 pilót
helyet is cserélhet ⇒ szorozni kell 2-vel]

18.) a.) kül. számjegyek

$n = 7$
$k = 4$ sorrend számít ⇒ $V_7^4 = 840$

másképpen: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$

b.) $4|a$ ⟺ ha utolsó 2 jegye osztható 4-gyel

lehetséges végződések: 12; 24; 32; 44; 52 → 5 féle

(ismétlődést nem zárja ki a feladat)

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \boxed{5} = 5^5 \cdot 5 = 5^6 = 15.625$ lehetőség

c.) 1; 2; 3; 4; 5; x

$3 \mid 1+2+3+4+5+x$

$3 \mid 15+x \iff 3 \mid x \qquad x = 3$

1; 2; 3; 3; 4; 5 $\qquad P_6^2 = \frac{6!}{2!} = 360$ -féle van.

ismétléses permutáció

19.) a.) $\binom{7}{4} = \binom{7}{3}$ igaz

$\binom{n}{4} = \binom{n}{n-4}$ tétel miatt

másképpen: $\binom{7}{4} = 35$ $\binom{7}{3} = 35$ igaz

b.) nem tartozik a témakörhöz

20.) A, B, C, D, E, F

B, D, _, _, _, C $3!$

VAGY ⇒ (+)

D, B, _, _, _, C $3!$

$3! + 3! = 12$ lehetséges sorrend van.

21.) a, b, d.) nem tartozik a témakörhöz

c.) $n = 19$ a kiválasztás sorrendje NEM számít
$k = 5$

$C_{19}^{5} = 11.628$ lehetőség van

$11.628 > 10.000$

22.) A, B, C, D

a.) $4! = 24$ lehetséges ülősorrend van

b.) $\underbrace{AB}$ C, D $3! \cdot 2 = 12$ ilyen sorrend van

! A és B helyet tudnak cserélni !

c, d, e.) nem tartozik a témakörhöz

23.) a, b, c.) nem tartozik a témakörhöz

d.) D, H, U, C

_ _ _ _
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

hátulról nézzük a sorrendet, az utolsó nem lehet a D

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ lehetséges sorrend

e.) $\boxed{\_}$ _ _
1 · 3 · 3

itt mindegy a „sorrend"

$3 \cdot 3 = 9$ ilyen sorrend van

24.) a-c) nem tartozik a témakörhöz

b.) ha különbözőek a számok

$7 \cdot 6 = 42$ de a szimmetria miatt minden követ duplán számoltunk, illetve ezért 21 db ilyen van + 7 db olyan, amelynek mindkét oldalán ugyanannyi pötty van.

$21 + 7 = 28$ db kő van a készletben

25.) a-b.) nem tartozik a témakörhöz

c.) 6 vízsugár, 3 féle megvilágítás: K, P, S

a 3 színből 2-t $\boxed{\text{3-féle képpen}}$ lehet kiválasztani

egy színkombinációval $P_6^{3,3} = \frac{6!}{3!\,3!} = \boxed{20}$

megvilágítás lehetséges

$3 \cdot 20 = 60$-féle megvilágítás lehetséges összesen.

26.)

a.)

A	1	2	3	4	5	6
P	2	4	5	3	1	6

} kijátszott kártyák

A 4; 3; 5; 1; 6 — 5 db

P 1; 2; 2; 4; 3; 5; 6 — 7 db

7 db kártya van Péter előtt az első kör után.

b.)

P	1	2	3	4	5	6
$\boxed{A}$	2	3	4	5	6	1

→ Péter ezt a 2 lapot vitte el, a többit A.

c,d.) nem tartozik a témakörhöz

27.) a.) $n = 15$, $k = 5$ sorrend NEM SZÁMÍT $\Rightarrow C_{15}^{5} = \binom{15}{5} = 3003$

b.) $n = 15$, $k = 9$ sorrend is számít $\Rightarrow V_{15}^{9} = 1.816.214.400$

másképpen: $\underset{1.}{15} \cdot \underset{2.}{14} \cdot \underset{3.}{13} \cdot \underset{4}{12} \cdot \underset{5.}{11} \cdot \underset{6.}{10} \cdot \underset{7.}{9} \cdot \underset{8.}{8} \cdot \underset{9}{7}$ = ugyanannyi

c.) nem tartozik a témakörhöz

28.) a–b.) nem tartozik a témakörhöz

c.) B: 28 tétel

K: 30 tétel

tanulók sorrendje: $\boxed{2\text{-féle}}$ B vagy K kezdi a sort

B tételek közül 28-ból 3-at, sorrend SZÁMÍT

$$V_{28}^{3} = 19.656$$

K tételekből 30-ból 3-at, sorrend SZÁMÍT

$$V_{30}^{3} = 24360$$

lehetséges sorrendek: $2 \cdot V_{28}^{3} \cdot V_{30}^{3} =$

957.640.320 lehetséges sorrendet állíthat össze.

(nem csoda, ha neki sem áll ... :-))