1.) a.) $\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{147}=\sqrt{2^2 3}+\sqrt{5^2 3}-\sqrt{7^2 3}=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}=0$

b.) $\sqrt{\sqrt{41}+4\cdot\sqrt{2}}\cdot\sqrt{\sqrt{41}-\sqrt{32}}=\sqrt{(\sqrt{41}+\sqrt{32})(\sqrt{41}-\sqrt{32})}=\sqrt{41-32}=\sqrt{9}=3$

$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $\quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$

c.) $\sqrt{6+\sqrt{11}}+\sqrt{6-\sqrt{11}}=\sqrt{\left(\sqrt{6+\sqrt{11}}+\sqrt{6-\sqrt{11}}\right)^2}=$

$\sqrt{(\,)^2}$ $\quad (a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

$=\sqrt{\underbrace{6+\sqrt{11}}_{a^2}+\underbrace{6-\sqrt{11}}_{b^2}+\underbrace{2\cdot\sqrt{6+\sqrt{11}}\sqrt{6-\sqrt{11}}}_{2ab}}=\sqrt{12+2\sqrt{6+\sqrt{11}}\sqrt{6-\sqrt{11}}}=$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

$=\sqrt{12+2\sqrt{36-11}}=\sqrt{12+2\cdot 5}=\sqrt{22}$

d.) $\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{375}+\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{2^3 3}+\sqrt[3]{5^3 3}+\sqrt[3]{3}=2\cdot\sqrt[3]{3}+5\cdot\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{3}=$

$=8\cdot\sqrt[3]{3}$

2.) a.) $\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}=\sqrt{\sqrt[3]{x^4\sqrt{x}}}=\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{x^9}}}=\sqrt[12]{x^9}=x^{\frac{9}{12}}=x^{\frac{3}{4}}=\sqrt[4]{x^3}$

x^3 $\quad x^8$ $\quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[n\cdot m]{a}$

b.) $\dfrac{\sqrt{x^3}\cdot\sqrt[4]{x}\cdot\sqrt[6]{x^5}}{\sqrt[3]{x^2}}=\dfrac{\sqrt[12]{x^{18}}\cdot\sqrt[12]{x^3}\cdot\sqrt[12]{x^{10}}}{\sqrt[12]{x^8}}=\sqrt[12]{\dfrac{x^{18}\cdot x^3\cdot x^{10}}{x^8}}=$

közös gyökkitevő: 12.

$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$
$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

$=\sqrt[12]{x^{23}}$

3.) a.) $(3x-4)^2-(6x-7)^2=0$ $\quad /+(6x-7)^2$

$9x^2-24x+16=36x^2-84x+49$

$-27x^2+60x-33=0$ $\quad /:(-3)$

$9x^2-20x+11=0$

$x_{1,2}=\dfrac{20\pm\sqrt{400-396}}{18}=\dfrac{20\pm 2}{18}=\begin{cases}\frac{22}{18}=\frac{11}{9}\\ 1\end{cases}$

$x=\{1;\frac{11}{9}\}$ ell.: ekvivalens átalakításokat v.

3.) b.) $\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{4}{3}$ kikötések: nevező $\neq 0$

$x-3 \neq 0$ és $x+3 \neq 0$

$x \neq 3$ $x \neq -3$

$$\frac{(x+3)^2 + (x-3)^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{4(x^2-9)}{3(x^2-9)} \quad / \cdot \text{KN}$$

$$x^2 + \cancel{6x} + 9 + x^2 - \cancel{6x} + 9 = 4x^2 - 36$$

$$2x^2 + 18 = 4x^2 - 36$$

$$54 = 2x^2$$

$$x^2 = 27$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{27} \in \text{ÉT} \qquad x = \{-\sqrt{27};\ \sqrt{27}\}$$

ell.: ekvivalens átalakításokat végeztem

c.) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$ $y := x^2 \quad y \geq 0$

$$y^2 - 5y - 36 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25+144}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2} = \begin{cases} -4 < 0 & \text{mivel nem lehet} \\ 9 \end{cases}$$

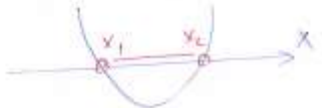
$$y = 9$$

$$x^2 = 9$$

$$x_{1,2} = \pm 3$$

ell. ekv. átalakításokat végeztem

d.) $x^2 - x - 6 < 0$



$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} -2 \\ 3 \end{cases} \qquad x \in]-2;3[$$

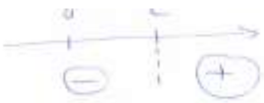
e.) $\frac{2x^2-3x-9}{x-2} > 0$ $\frac{+}{+}$ vagy $\frac{-}{-}$

számláló: $2x^2 - 3x - 9 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+72}}{4} = \frac{3 \pm 9}{4} = \begin{cases} -\frac{3}{2} \\ 3 \end{cases}$$

nevező: $x - 2 = 0$

$x = 2$



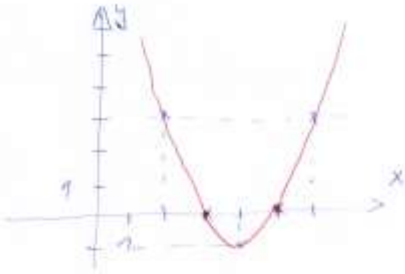
	$-\frac{3}{2}$		2		3	
szál.	+		−	−		+
nev.	−		−	+		+
		0		nincs ért.		0

$x \in]-\frac{3}{2}; 2[$ $\qquad$ $x \in]3; +\infty[$

Megoldás: $x \in]-\frac{3}{2}; 2[\cup]3; +\infty[$

4.) $f(x) = x^2 - 8x + 15 = (x-4)^2 - 16 + 15 = (x-4)^2 - 1$

$\xrightarrow[4]{}$ $\downarrow 1$ konvex (MIN-a van)



parabola

ÉT: $x \in \mathbb{R}$

ÉK: $y \in [-1; +\infty[$

ZH-ek: $x = \{3; 5\}$

sz. érték: MINIMUMA van (glob)

sz. é. hely: $x = 4$

sz. érték: $y = -1$

fv. menete: $x \in]-\infty; 4[$ szig. mon. csökk.

$x \in [4; +\infty[$ szig. mon. nő

konvexitás: konvex (érintők a fv. görbét alulról érintik)

szakaszos lsz.: nincs

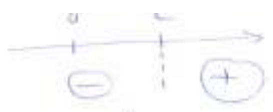
periodicitás: nem periodikus

paritás: se nem páros, se nem páratlan

aszimptota: nincs

nevező: $x - 2 = 0$

$x = 2$



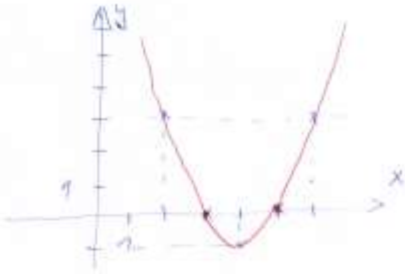
		$-\frac{3}{2}$		2		3	
száml.	+		−		−		+
nev.	−		−		+		+
		0		nincs ért.		0	

$x \in]-\frac{3}{2}; 2[$ $\qquad$ $x \in]3; +\infty[$

Megoldás: $x \in]-\frac{3}{2}; 2[\cup]3; +\infty[$

4.) $f(x) = x^2 - 8x + 15 = (x-4)^2 - 16 + 15 = (x-4)^2 - 1$

$\xrightarrow[4]{}$ $\downarrow 1$ konvex (MIN-a van)



parabola

ÉT: $x \in \mathbb{R}$

ÉK: $y \in [-1; +\infty[$

ZH-ek: $x = \{3; 5\}$

sz. érték: MINIMUMA van (glob)

sz. é. hely: $x = 4$

sz. érték: $y = -1$

fv. menete: $x \in]-\infty; 4[$ szig. mon. csökk.

$x \in [4; +\infty[$ szig. mon. nő

konvexitás: konvex (érintők a fv. görbét alulról érintik)

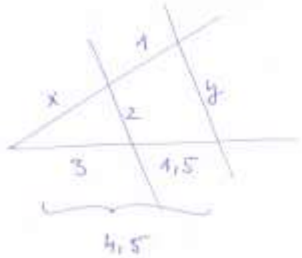
szakadási hely: nincs

periodicitás: nem periodikus

paritás: se nem páros, se nem páratlan

aszimptota: nincs

5.)



párhuzamos szelők tétele alapján:

$$\frac{y}{2} = \frac{4,5}{3}$$

$$y = \frac{9}{3} = 3$$

$$\frac{x}{x+1} = \frac{3}{4,5}$$

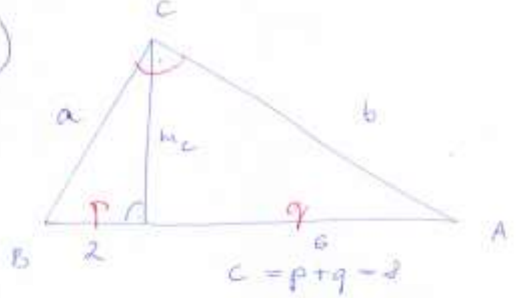
$$4,5x = 3x + 3$$

$$1,5x = 3$$

$$x = 2$$

$$\boxed{\begin{matrix} x = 2 \\ y = 3 \end{matrix}}$$

6.)



$c = p + q = 8$

magasságtétel alapján:

$$m_c = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{2 \cdot 6} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

befogótétel alapján:

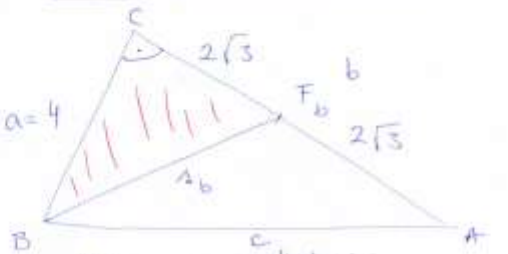
$$a = \sqrt{p \cdot c} = \sqrt{2 \cdot 8} = 4$$

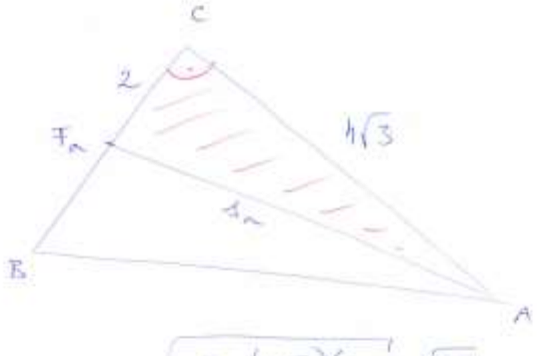
$$b = \sqrt{q \cdot c} = \sqrt{6 \cdot 8} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\boxed{\begin{matrix} a = 4 & m_a = b = 4\sqrt{3} \\ b = 4\sqrt{3} & m_b = a = 4 \\ c = 8 & m_c = 2\sqrt{3} \end{matrix}}$$

$$\boxed{s_c = \frac{AB}{2} = 4 = R}$$

s_a; s_b kiszámítása





Pitagorasz-tétellel:

$$s_b = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{28} \qquad s_a = \sqrt{2^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{52}$$

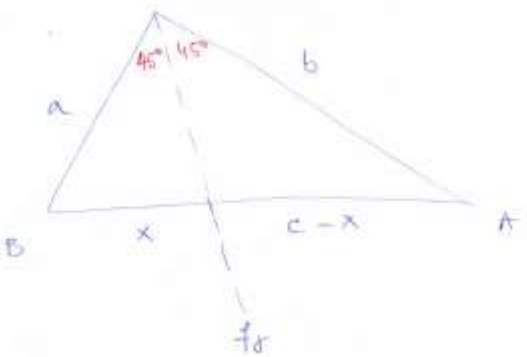
terület: $t = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot m_c}{2} = \frac{8 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

kerület: $k = a + b + c = 12 + 4\sqrt{3} \longrightarrow s = \frac{k}{2} = 6 + 2\sqrt{3}$

beírt kör sugara: ρ

$$T = \rho \cdot s$$

$$\rho \cdot (6 + 2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3} \longrightarrow \rho \approx 1,46$$



szögfelező - tétel:

$$\frac{x}{c-x} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{x}{8-x} = \frac{4}{4\sqrt{3}}$$

$$x\cdot\sqrt{3} = 8-x$$

$$x\cdot\sqrt{3} + x = 8$$

$$x\left(\sqrt{3}+1\right) = 8$$

$$x = \frac{8}{\sqrt{3}+1} \approx 2{,}93$$

$x = 2{,}93$ } kisebbik darabja
$c-x = 5{,}07$ } az átfogót a szögfelező

7.) átlók száma: 9 $\quad \boxed{\dfrac{n(n-3)}{2}} \quad n \in \mathbb{Z}^+ \ (n>2)$

$$\frac{n(n-3)}{2} = 9$$

$$n^2 - 3n = 18$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$

$$n_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+72}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} = \begin{cases} 6 \\ -3 \notin \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

A sokszög 6-oldalú.

Belső szögek összege: $\boxed{(n-2)\cdot 180°} = 4\cdot 180° = 720°$

8.) $a = 8$ $\quad T_\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ $\quad$ Heron-képlet

$b = 9$

$c = 10$ $\quad T = s\cdot\varrho$ $\quad s = \frac{k}{2}$

$K = 8+9+10 = 27$

$s = 13{,}5$ $\quad T = \sqrt{13{,}5\cdot 5{,}5\cdot 4{,}5\cdot 3{,}5} \approx \underline{34{,}2}$

$$34{,}2 = 13{,}5\cdot\varrho$$

$$\underline{\varrho = 2{,}53}$$