1.) $x \in \mathbb{R}^+$

	1. csap	2. csap	együtt
hány óra alatt tölti meg	x	$x+5$	6
1 ó alatt hányad részét tölti meg	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x+5}$	$\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \qquad / \text{ka} \qquad \text{ka}: 6 \cdot x \cdot (x+5)$$

$$\frac{6(x+5+x)}{6x(x+5)} = \frac{x(x+5)}{6x(x+5)} \qquad / \cdot \text{ka}$$

$$12x + 30 = x^2 + 5x$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49+120}}{2} = \frac{7 \pm 13}{2} = \begin{cases} 10 \\ \notin \mathbb{R}^+ \text{ miatt nem lehet} \end{cases}$$

ell.: $\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{3+2}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ ✓

Az egyik cső 10 óra alatt, a másik 15 óra alatt töltené meg a tartályt

2.) (Hagyjuk...)

3.) telj. négyzetté alakítás:

a.) $x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 1 - 3 = (x-1)^2 - 4$

$$(x^2 - 2x + 1) - 1$$

$$(x-1)^2$$

b.) $2x^2 + 4x - 23 = 2(x^2 + 2x) - 23 = 2\left[(x+1)^2 - 1\right] - 23 =$

$$(x^2 + 2x + 1) - 1 \qquad = 2(x+1)^2 - 2 - 23 =$$

$$(x+1)^2 \qquad = 2(x+1)^2 - 25$$

c.) $3x^2 - x + 5 = 3\left(x^2 - \frac{1}{3}x\right) + 5 = 3\left[\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{36}\right] + 5 =$

$$\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36}\right) - \frac{1}{36}$$

$$\left(x - \frac{1}{6}\right)^2$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{12} + 5 = 3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{12} + \frac{60}{12} = 3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{59}{12}$$

d.) $-2x^2 + 6x - 6 = -2(x^2 - 3x) - 6 = -2\left[(x - 1{,}5)^2 - 2{,}25\right] - 6 =$

$$(x^2 - 3x + 2{,}25) - 2{,}25$$

$$(x - 1{,}5)^2$$

$$= -2(x - 1{,}5)^2 + 4{,}5 - 6 = -2(x - 1{,}5)^2 - 1{,}5$$

4.) $ax^2+2x+3=0$ két kül. valós gyök $\Leftrightarrow D>0$

$b^2-4ac>0$

$2^2-4a\cdot 3>0$

$4-12a>0$

$4>12a$

$\frac{4}{12}>a$

$a<\frac{1}{3}$

5.) $x^2+bx+2=0$ egy valós gyök $\Leftrightarrow D=0$

$b^2-4ac=0$

$b^2-4\cdot 1\cdot 2=0$

$b^2-8=0$

$b^2=8$

$b=\pm\sqrt{8}$

6.) $x^2-4x+c=0$ nincs valós gyök $\Leftrightarrow D<0$

$b^2-4ac<0$

$(-4)^2-4\cdot 1\cdot c<0$

$16-4c<0$

$16<4c$

$4<c$

$c>4$

7.) $\frac{x^2-2x-3}{x^2-4x+3}=\frac{1\cdot(x+1)\cancel{(x-3)}}{1\cdot(x-1)\cancel{(x-3)}}=\frac{x+1}{x-1}$ $x\in\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$

gyöktényezős alak! $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Sz $x^2-2x-3=0$

$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{2\pm 4}{2}=\begin{cases}-1\\3\end{cases}$

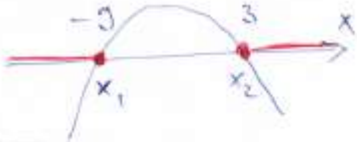
N $x^2-4x+3=0$

$x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}=\begin{cases}1\\3\end{cases}$ $x\neq\{1;3\}$

nevező $\neq 0$ miatt

8.) $-x^2-6x+27 \le 0$

$a=-1 \quad b=-6 \quad c=27$



$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{6\pm\sqrt{36+108}}{-2}=\frac{6\pm 12}{-2}=\begin{cases}\frac{-6}{-2}=3\\ \frac{18}{-2}=-9\end{cases}$$

$x \in \left]-\infty;-9\right] \cup \left[3;+\infty\right[$ VAGY $x \in \mathbb{R} \setminus \left]-9;3\right[$

9.) ÉT meghatározása

$$\sqrt{\frac{x^2-25}{x-4}}$$

nev $\ne 0$ miatt $\quad x-4 \ne 0$, $x \ne 4$

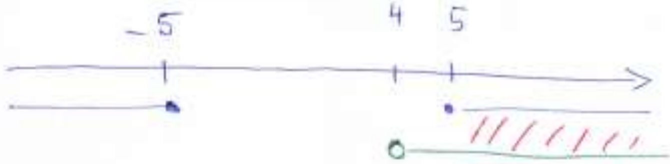
$\sqrt{\ }$ alatti kif. ≥ 0 miatt $\quad \frac{x^2-25}{x-4} \ge 0$

$$\frac{x^2-25}{x-4} \ge 0 \iff \underbrace{\frac{\oplus \text{ v. } 0}{\oplus}}_{1.\text{ eset}} \text{ VAGY } \underbrace{\frac{\ominus \text{ v. } 0}{\ominus}}_{2.\text{ eset}}$$

1. eset: $x^2-25 \ge 0$ és $x-4>0$

$x^2 \ge 25 \qquad \boxed{x>4}$

$\boxed{|x| \ge 5}$



$\boxed{x \ge 5}$

2. eset: $x^2-25 \le 0$ és $x-4<0$

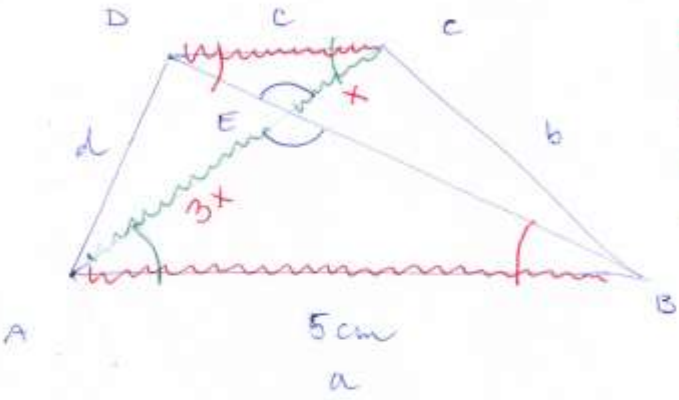
$\boxed{|x| \le 5} \qquad \boxed{x<4}$

$\boxed{-5 \le x < 4}$

A két eset uniója:

$x \in \left[-5;4\right[\cup \left[5;+\infty\right[$

10.)



$CDB\sphericalangle = ABD\sphericalangle$ } váltószögek
$ACD\sphericalangle = CAB\sphericalangle$
$DEC\sphericalangle = AEB\sphericalangle$ csúcsszögek

$\Downarrow$

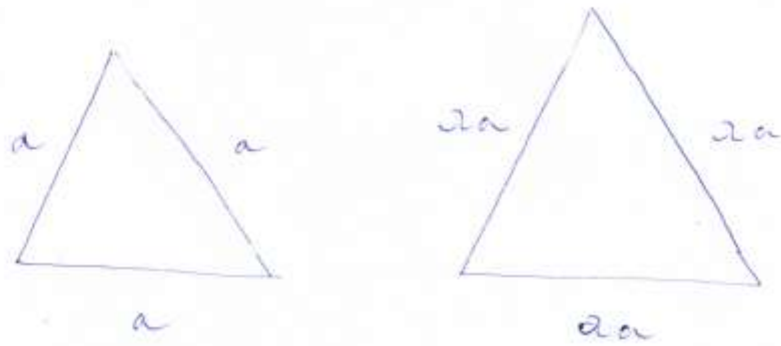
$AEB\triangle \sim DCE\triangle$
(szögeik egyenlőek

$$\frac{c}{5} = \frac{x}{3x} \longrightarrow \frac{c}{5} = \frac{1}{3} \longrightarrow 3c = 5$$

(x-szel egyszerűsítünk)

$$\boxed{c = \frac{5}{3}\ \text{cm}}$$

11.)



$$a + \lambda \cdot a = 20 \qquad \lambda^2 = \frac{9}{25} \longrightarrow \lambda = \frac{3}{5}$$

$$a + \frac{3}{5}a = 20$$

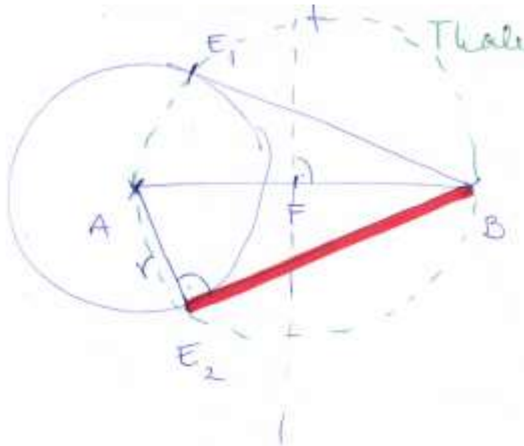
$$\frac{8}{5}a = 20$$

$$a = \frac{100}{8} = 12{,}5$$

$$\lambda a = \frac{3}{5} \cdot 12{,}5 = 7{,}5$$

A két △ 12,5 cm és 7,5 cm oldalú.

12.)



Adott: A, B és $BE_1 = BE_2$ távolság

Szerk. menete:

1. AB szakasz F felezőpontjának szerkesztése (f felező $\perp$-rel)
2. F körüli $r = \frac{AB}{2}$ sugárral Thalesz-kör rajzolása
3. B-ből az adott távolságú pont kijelölése a Thalesz-körön (E_1 és E_2)
4. A körüli $r = AE_1 = AE_2$ sugarú kör rajzolása

7. feladat 2. algebrai törtje (mert véletlenül kimaradt...)

$x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}; 2\}$

$$\frac{6x^2+x-2}{-2x^2+5x-2} = \frac{6\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)}{-2(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)} = \frac{3\left(x+\frac{2}{3}\right)}{-(x-2)} = \frac{3x+2}{2-x}$$

gyöktényezős alak: $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

(Sz) $6x^2+x-2=0$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{12} = \frac{-1 \pm 7}{12} = \begin{cases} -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3} \\ \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(N) $-2x^2+5x-2=0$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{-4} = \frac{-5 \pm 3}{-4} = \begin{cases} \frac{-8}{-4} = 2 \\ \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$x \neq \{\frac{1}{2}; 2\}$

nev. $\neq 0$ miatt