

Oszthatóság, számrendszerek

- 1153** Milyen számjegyre végződik $n \in \mathbb{N}^+$ szám esetén:
a) $10n + 4$; b) $10n + 32$; c) $5n + 1$?
- 1154** Milyen $n \in \mathbb{N}^+$ szám esetén osztható 4-gyel
a) $20 + 3n$; b) $8n + 3$; c) $5n + 6$?
- 1155** Milyen számjegyek írhatók x és y helyére, ha
a) $100 \mid \overline{1352xy}$; b) $6 \mid \overline{135x2}$; c) $24 \mid \overline{14x52y}$; d) $45 \mid \overline{135x2y}$?
- 1156** Bizonyítsuk be, hogy ha a és b olyan természetes számok, amelyekre $7 \mid 2a - 3b$, akkor igaz az is, hogy $7 \mid 18a - 6b$.
- 1157** Bizonyítsuk be, hogy ha a és b olyan természetes számok, amelyekre $11 \mid a + b$ és $11 \mid 6a - 5b$, akkor $11 \mid 8a - 3b$.
- 1158** Bizonyítsuk be, hogy:
a) $10 \mid 1956^{2010} + 1982^{1982}$; b) $5 \mid 2001^{2007} + 2002^{2006}$;
c) $3 \mid 2001^{2008} + 1848^{2007} - 1704^{2006}$.
- 1159** Van-e olyan p prímszám, hogy
a) $p + 15$ is prímszám; b) $p + 19$ is prímszám?
- 1160** Határozzuk meg azokat a p, q, r különböző prímszámokat, amelyekre $p + q + r = 30$.
- 1161** Melyik számnak van több osztója: a 360-nak vagy a 3750-nek?
- 1162** Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek osztója a 6, és hat osztója van?
- 1163** Számítsuk ki a következőket:
a) $(420; 560)$; b) $[600; 720]$; c) $(972; 648)$; d) $[392; 448]$;
e) $(2205; 14175)$; f) $[800; 3400]$; g) $(1584; 9504)$; h) $[43875; 27300]$.
- 1164** A törtek egyszerűsítése után végezzük el az összeadásokat:
a) $\frac{81}{972} + \frac{32}{640}$; b) $\frac{112}{5040} + \frac{297}{13365}$; c) $\frac{135}{26460} + \frac{144}{63504}$.
- 1165** Melyek azok a 20-nál kisebb pozitív egész számok, melyek relatív prímek a 20-szal?
- 1166** Mennyi a és b legkisebb közös többszöröse, ha a és b relatív prímek?
- 1167** Határozzuk meg azokat a pozitív egész a számokat, amelyekre $[a; 18] = 90$.
- 1168** Írjuk át tízes számrendszerbe a következő számokat:
a) 1110011_2 ; b) 210112_3 ; c) 10432_5 ; d) 2013045_6 .
- 1169** Írjuk át az 1956 tízes számrendszerbeli számot
a) 2-es számrendszerbe; b) 5-ös számrendszerbe; c) 6-os számrendszerbe.
- 1170** Rendezzük növekvő sorrendbe a következő számokat:
 1001_2 ; 102_3 ; 101_4 ; 23_5 ; 31_6 ; 22_7 .
- 1171** Írjuk át 6-os számrendszerbe a 10010110_2 számot.

- 1172** Keressük meg a hibát az alábbi összeadásban: $3124_5 + 10232_5 = 14411_5$. Adjuk össze helyesen a számokat.
- 1173** Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amellyel a 21600-at elosztva hányadosként négyzet-számot kapunk?
- 1174** Van-e olyan négyzetszám, amely 40-re végződik?
- 1175** Legalább hány foka van az olyan lépcsőnek, amelyből ha kettesével lépünk rajta, végül egy fok marad; ha hármassával, akkor kettő; ha négyesével, akkor három; ha ötösével, akkor négy; ha hatosával, akkor öt; ha hetesével, akkor egy sem?
- 1176** Tibor az édesanyja 28-adik születésnapján született. Legfeljebb hányszor lehet Tibor életkora osztója az édesanyja életkorának?
- 1177** A következő állításokról döntsük el, hogy melyik igaz, és melyik hamis.
- Két szám legnagyobb közös osztója kisebb mindegyik számnál.
 - Két szám legkisebb többszöröse nem kisebb, mint a legnagyobb közös osztója.
 - Két szám legnagyobb közös osztója mindkét szám osztójának többszöröse.
 - Két szám legkisebb közös többszörösének osztója a két szám legnagyobb közös osztója.
 - Ha két szám relatív prím, akkor a legkisebb közös többszörösük a két szám szorzata.
 - Két prímszám összege soha nem prím.
- 1178** Hány pozitív osztója van a legkisebb olyan pozitív egész számnak, amelynek tízszerese négyzet-szám, hatszorosa pedig köbszám?
- 1179** Határozzuk meg a $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{4n}$ szám utolsó két számjegyét, ha n pozitív egész szám.
- 1180** Hány olyan pozitív egész szám van, amelyik osztója a 10^{40} és 20^{30} számok valamelyikének?
- 1181** Van-e a 2001-nek olyan többszöröse, amely csak 0 és 1 számjegyekből áll?
- 1182** Írjunk az 523...-hoz három számjegyet úgy, hogy az így keletkezett hatjegyű szám osztható legyen 7-tel, 8-cal és 9-cel is. Hány megoldás van?
- 1183** Az alábbi összeadást 5-ös számrendszerben végeztük el. A különböző betűk különböző számokat jelölnek. Melyik betű milyen számot jelent?



$$\begin{array}{r} A \quad B \quad C_5 \\ + \quad B \quad C \quad A_5 \\ \hline C \quad E \quad D \quad B_5 \end{array}$$

Vegyes feladatok

- 1184** Melyik a nagyobb: az $A = 3a^2 - 2a + 5$ kifejezés helyettesítési értéke az $a = \frac{2}{3}$ helyen, vagy a $B = \frac{b-1}{b+1} + \frac{16}{b+7}$ kifejezés helyettesítési értéke a $b = -3$ helyen?
- 1185** Végezzük el a következő műveleteket:
- $\frac{2}{a+1} - \frac{3a+6}{(a+1) \cdot (a+3)} + \frac{3}{a+3}$;
 - $\frac{1}{3x+1} + \frac{1}{3x-1} - \frac{1}{9x^2-1}$;
 - $\frac{7}{x+5} + \frac{30}{x^2-25} - \frac{3}{x-5}$;
 - $\left[\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-3}{x+2} - \frac{2x^2-6x}{x^2-4} \right] \cdot (x-2)$.

1186 Egyszerűsítsük a következő törteket:

a) $\frac{3a+3b}{a^2-b^2}$; b) $\frac{x^2-y^2}{5x-5y}$; c) $\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2}$; d) $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2}$.

1187 A 2-nek hányadik hatványai a következő számok?

a) 1024^{1024} ; b) 32^{-32} ; c) $\left(\frac{1}{8}\right)^{500}$; d) $\left(\frac{1}{128}\right)^{-128}$.

1188 Rendezzük növekvő sorrendbe a következő számokat:

a) 111_5 , 11110_2 , 1010_3 , 133_4 ; b) $\left(\frac{4}{13}\right)^{-1}$, $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$, $\left(\frac{39}{26}\right)^2$.

1189 Határozzuk meg a 96-nak azt a legkisebb többszörösét, amely

- a) osztható 10-zel; b) osztható 30-cal;
c) osztható 100-zal; d) egy pozitív egész szám négyzete;
e) egy pozitív egész szám harmadik hatványa; f) többszöröse az 54-nek is.

1190 Az alábbi állításokról döntsük el, hogy melyik igaz, és melyik hamis:

- a) ha $2^{-x} = \frac{1}{32}$, akkor $3^x = 243$;
b) ha $abc_5 + 123_5 = 224_5$, akkor $abc_5 + 111_5 = 212_5$;
c) ha $x + y = 7$ és $x^2 + y^2 = 39$, akkor $x \cdot y = 6$;
d) ha egy pozitív egész szám osztója két pozitív egész szám legnagyobb közös osztójának, akkor osztója mindkét számnak;
e) ha egy pozitív egész szám osztója két pozitív egész szám legkisebb közös többszörösének, akkor osztója mindkét számnak.

1191 Melyik az a legnagyobb szám, amellyel az 1848-at és a 6048-at elosztva mindkét esetben 48 lesz a maradék?

1192 Malter Valter a fürdőszoba padlóját 20×30 cm méretű téglalap alakú járólapokkal burkolja. Kiszámította, hogy bármelyik oldalfallal lesz párhuzamos a téglalap hosszabb oldala, a lapok elvágása nélkül le tudja azokat rakni. Mekkora a fürdőszoba méretei, ha tudjuk, hogy a területe $5,4 \text{ m}^2$?



1193 A tapasztalat szerint 1 cm^2 füves területen körülbelül 12 fűszál nő.

- a) Hány fűszál lehet egy 100 m hosszú és 73 m széles futballpályán?
b) Európa területe $10\,700\,000 \text{ km}^2$. Hány futballpálya férne el rajta?

Az eredményeket normálalakban adjuk meg.