

II. 4. Számrendszerek

Mint már láttuk, a számítógép minden műveletet számokkal végez. Mivel bináris berendezés, ezért a kettes (bináris) számrendszerben végzi ezeket a műveleteket. A számítógépes adattárolás eszközei legnagyobb részben kétállapotú fizikai elemek. Az egyik állapotot megfeleltetjük a nulla számnak, a másikat az egynek. Így egyetlen kétállapotú fizikai elem alkalmas egy egyjegyű, kettes számrendszerbeli szám értékének tárolására. Az egyjegyű bináris számot – *binary digit* – bit-nek nevezzük.

A számítógépek az oktális – nyolcas – és a hexadecimális – tizenhatos – számrendszert is használják, de ez a nehezen írható és áttekinthető kettes számrendszerbeli számok rövidebb és a szokott íráshoz közelebb álló ábrázolása miatt van.

A tíz számjegyet a hexadecimális számjegyek írásához az ábécé nagybetűivel pótoljuk ki. A szokás az, hogy a tizes számrendszerbeli számot külön nem jelöljük, a más számrendszert viszont jelezzük.

Például:

$$10 = 1010_2 = 12_8 = \$A$$

A \$ jel a hexadecimális számrendszert jelzi, de használják a kis és a nagy H betűt is.

A következő táblázat az első 16 természetes szám alakját mutatja a különböző számrendszerekben:

Decimális	Bináris	Oktális	Hexadecimális
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Mivel a számítógép bináris számrendszerben számol, nézzük meg ezt az egyszerű műveletvégzési lehetőséget!

Összeadás:

+	0	1
0	0	1
1	1	0*

Az utolsó cellában a * azt jelzi, hogy az adott helyi értékre leírandó 0 jegy mellett a következő helyi értékre átvitel keletkezik, azaz ott 1-et hozzá kell még majd adnunk.

Adjunk össze két bináris számot! Vegyük észre, hogy ha egy helyi értéken a maradékkal együtt páros számú egyes van, akkor ott 0 a leírandó jegy, egyébként pedig az 1. (Figyeljünk az átvitelre!)

Példa:

$$\begin{array}{r}
 00101101 \ 00110011_2 \\
 + 00111010 \ 10001110_2 \\
 \hline
 01100111 \ 11000001_2
 \end{array}$$

Szorzás:

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Ha mindkét jegy egyes, akkor írunk 1-et, egyébként 0 az eredmény. (Mennyivel többet kellett kínlódnunk az általános iskolában, amikor a tízes számrendszerben tanultuk ugyanezt...)

Példa:

$$\begin{array}{r}
 01101101_2 \times 00110011_2 \\
 00000000 \\
 00000000 \\
 01101101 \\
 01101101 \\
 00000000 \\
 00000000 \\
 01101101 \\
 \hline
 001010110110111_2
 \end{array}$$

Számrendszerek közti átváltás:

Egy tízes számrendszerbeli egész szám kettes számrendszerbe való átváltása az alábbi algoritmus szerint történik:

Az átváltandó decimális számot osztjuk kettővel, majd a kapott hányadost osztjuk kettővel és így tovább addig, amíg nulla hányadost nem kapunk. A keletkező maradékokat fordított sorrendben összeolvasva kapjuk a bináris számalakot.

Példa:

$278 : 2 = 139 \rightarrow$	0	
$139 : 2 = 69 \rightarrow$	1	
$69 : 2 = 34 \rightarrow$	1	
$34 : 2 = 17 \rightarrow$	0	
$17 : 2 = 8 \rightarrow$	1	
$8 : 2 = 4 \rightarrow$	0	
$4 : 2 = 2 \rightarrow$	0	
$2 : 2 = 1 \rightarrow$	0	
$1 : 2 = 0 \rightarrow$	1	

azaz: $278 = 0001\ 0001\ 0110_2$

Visszaírás:

Az átírandó számjegyeket megszorozzuk a megfelelő helyiérték tízes számrendszerbeli alakjával, majd a tagokat összeadjuk.

Példa:

$$\begin{aligned}
 0000\ 0001\ 0001\ 0110_2 &= 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 \\
 &= 256 + 0 + 0 + 0 + 16 + 0 + 4 + 2 + 0 = 278
 \end{aligned}$$

A bináris szám jegyeit négyesével csoportosítjuk. Egyrészt a könnyebb áttekinthetőség kedvéért, másrészt a hexadecimális átváltás megkönnyítése érdekében. További szabály, hogy 8 többszöröse legyen a jegyek száma, ha ez nem így van, nullák elérésével oldhatjuk meg a problémát. (Ennek miertjét a későbbiekben magyarázzuk meg.)

A bináris szám hexadecimálissá alakítása egyszerű, mivel minden hexadecimális szám-jegy négy bittel leírható és fordítva. Ezt az átváltást mutatja a táblázat:

Bináris	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Hexa-decimális	0	1	2	3	4	5	6	7

Bináris	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Hexa-decimális	8	9	A	B	C	D	E	F

Példa:

$1101\ 0101_2 = \$D5$, hiszen a táblázatból kikereshető, hogy $1101_2 = \$D$ és $0101_2 = \$5$;
 $\$9B = 1001\ 1011_2$, hiszen $\$9 = 1001_2$ és $\$B = 1011_2$.