

Egész kifejezések, nevezetes szorzatok, a szorzattá alakítás módszerei

1130 Az alábbi kifejezésekben végezzük el a lehetséges műveleteket, és rendezzük a tagokat csökkenő fokszám szerint:

- a) $3a - 2a^2 - 4 + a^2 + a - 4a^2 - 5a + 1 - a^2 + 2a$;
 b) $3b - b^3 + 4b^2 - 1 + 4b^3 - 2b^2 - 4b + 2 - 2b^3 - b^2 + b - 4 + 2b^2$;
 c) $3cd^2 - 4c^2 + d + 2c^2 - d^2c + 5d - 4cd^2 + 3 - d - c^2 - cd^2$;
 d) $(3a^2 - 2a + 1) - (a^2 - a - 3) - (a^2 + 5a - 2)$;
 e) $(2x^2 - x - 3) - (x^2 - 3x - 4) - (-2x^2 + 4x + 1) - (3x^2 - 2x - 1)$;
 f) $2 \cdot (a^2 - a + 1) + 3 \cdot (a^2 + 2a - 3) - 4 \cdot (a^2 + 3a + 4)$;
 g) $2 \cdot (x^3 - 2x^2 + 2) + 3 \cdot (x^2 + x - 1) - 4 \cdot (x^3 - 2x^2 + 4x - 1) - (x^3 - x^2 + x + 1)$;
 h) $3x \cdot (2x^2 - x + 2) - 2x^2 \cdot (3x - 2) - 3 \cdot (x^3 + 2x^2 + x - 4) - x \cdot (x^2 - x - 3) + 4x^3 + 4x^2 + 2x - 4$;
 i) $(3a - 1) \cdot (2a + 3) - (4a - 2) \cdot (3a + 5)$;
 j) $2 \cdot [(3x^2 - 1) + (2x - 2) \cdot (3x - 1)] - [2x^2 + 3 \cdot (2x + 1) - x] - 3$;
 k) $3x - \{2x - [3x + 1 - (2x - 1)] - 3\} - \{4 - [x - (3x - 4) + 2x] + x\}$;
 l) $(4x + 1) \cdot (3x - 2) - 2 \cdot \{3 - 2 \cdot [(x - 3) \cdot (2x + 1) - x \cdot (3x + 1)] - x^2\} + (2x + 3) \cdot (x - 2)$.

1131 Határozzuk meg a következő kifejezések értékét, ha $a = -2$, $b = \frac{2}{3}$:

- a) $2a - 1 + 4b - a + 3b + 6 - 4a - 10b + 3a - 2$;
 b) $2b + 5 - 2a + 4a - 3b - 1 + 4b - 3a - 7 - 3b$;
 c) $(3a - 2) \cdot (a - 1) - 3a^2 + 3a - 1$;
 d) $(4a - b) \cdot (2a + 1) - (8a + 3) \cdot (a + 2) - 2b + 2ab$;
 e) $(3a - 2) \cdot (2a - b) - 6 \cdot (a - 3) \cdot (a + b) - b \cdot (11 - 9a)$;
 f) $4a - \{4 - [6b - 2 \cdot (a - 2) - a]\}$.

1132 Végezzük el a következő négyzetre emeléseket:

- a) $(a + 7)^2$; b) $(8 - b)^2$; c) $(-7 + b)^2$; d) $(3y + 2x)^2$;
 e) $(4x - 3y)^2$; f) $(10a - 3b)^2$; g) $(x^2 + 3z)^2$; h) $(2x^3 - 3y^2)^2$;
 i) $(8a^3 - 5b^2)^2$; j) $\left(\frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot y\right)^2$; k) $\left(\frac{5}{6} \cdot x - \frac{7}{3} \cdot y\right)^2$; l) $(z + 2x + y)^2$;
 m) $(3x + 2y - z)^2$; n) $\left(4x - \frac{2}{5} \cdot y - \frac{1}{7} \cdot z\right)^2$.

1133 Melyik kifejezés négyzete a következő kifejezés?

- a) $a^2 + 8a + 16$; b) $b^2 - 10b + 25$; c) $c^2 + 14c + 49$;
 d) $x^2 - 40x + 400$; e) $d^4 - 20d^2 + 100$; f) $x^8 + 10x^4 + 25$;
 g) $x^6 + 6x^3y^5 + 9y^{10}$; h) $0,25x^2 - 6xy^3 + 36y^6$; i) $\frac{4}{9} \cdot x^4 + \frac{1}{3} \cdot yx^2 + \frac{1}{16} \cdot y^2$.

1134 Bontsuk fel a zárójeleket:

- a) $(a + 3)^3$; b) $(2b - 1)^3$; c) $(3c^2 + 4)^3$;
 d) $(4d^3 - 2x^2)^3$; e) $(0,5x^2 + 2y)^3$; f) $\left(\frac{2}{3} \cdot x - \frac{4}{5} \cdot y\right)^3$.

1135 Végezzük el a következő műveleteket:

- a) $(3a + 5) \cdot (3a - 5)$; b) $(8x - 7) \cdot (8x + 7)$;
 c) $(4b - 2x) \cdot (4b + 2x)$; d) $(6a + 5b) \cdot (6a - 5b)$;
 e) $(5c - 3y) \cdot (5c + 3y)$; f) $(5a^3 + 1) \cdot (5a^3 - 1)$;
 g) $(3d^2 - 8) \cdot (3d^2 + 8)$; h) $(9x^2 + 2y) \cdot (2y - 9x^2)$;
 i) $(7e^5 + 10x^3) \cdot (7e^5 - 10x^3)$; j) $\left(\frac{2}{7} \cdot x^7 - \frac{1}{3} \cdot y^3\right) \cdot \left(\frac{2}{7} \cdot x^7 + \frac{1}{3} \cdot y^3\right)$.

1136 Végezzük el a következő műveleteket:

- a) $(3a - 1)^2 - (2a + 3) \cdot (2a - 3) + (a + 2)^2$;
 b) $(4x + 3) \cdot (4x - 3) - (3x + 2)^2 + (x - 7)^2$;
 c) $(5x + 4)^2 - (3x - 4)^2 - (2x + 3) \cdot (2x - 3)$;
 d) $(x - 5)^2 - (2x + 5) \cdot (2x - 5) + (3x + 1)^2 - (2x - 1)^2$;
 e) $(4b - 5)^2 + 3 \cdot (4 - b) \cdot (4 + b) - (2b + 4)^2 - (4b - 3)^2$;
 f) $2 \cdot (5x + 1)^2 - 3 \cdot (4x - 1) \cdot (4x + 1) - 2 \cdot (x - 4)^2 - (3x + 2)^2$;
 g) $(2c - 1)^3 + (3c + 2)^2 - 8c \cdot (c - 2) \cdot (c + 2) + 3 \cdot (c - 5)^2$;
 h) $(x - 2y)^3 - (3x + y)^2 - (4x - 2y) \cdot (4x + 2y) + (3y - x)^2$;
 i) $(x^2 - 2x)^2 + 2 \cdot (x^2 + 3) \cdot (x^2 - 3) - 5 \cdot (x^2 + 1)^2$;
 j) $\left(2y - \frac{1}{2} \cdot x\right) \cdot \left(2y + \frac{1}{2} \cdot x\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot x - y\right)^2 - \left(x + \frac{1}{2} \cdot y\right)^2$.

1137 Bontsuk fel a zárójeleket:

- a) $(a - 1) \cdot (a^2 + a + 1)$; b) $(b + 5) \cdot (b^2 - 5b + 25)$; c) $(3x + 4) \cdot (9x^2 - 12x + 16)$.

1138 Alakítsuk teljes négyzetté az alábbi kifejezéseket:

- a) $x^2 - 2x - 3$; b) $a^2 + 4a + 6$; c) $a^2 + 6a + 1$;
 d) $x^2 - 8x + 20$; e) $a^2 - 10a + 2$; f) $x^2 + 12x + 50$;
 g) $x^2 + 14x + 31$; h) $2x^2 - 16x + 26$; i) $-x^2 - 6x + 3$;
 j) $-x^2 + 12x + 1$; k) $3x^2 + 12x + 2$; l) $-5x^2 - 20x - 7$.

1139 Alakítsuk szorzattá az alábbi kifejezéseket:

- a) $3a^3 - 2a^2 + a$; b) $6x^3 - 10x^2 + 2x$; c) $4b^4 + 8b^3 + 28b^2 - 4b$;
 d) $35x^3 + 15x^2 + 20x$; e) $6a^4 - 9a^3 + 3a^2$; f) $4x^5 - 24x^4 + 12x^3$;
 g) $5a^3b^2 - 15a^2b^3 + 10a^2b$; h) $17a^3b^5 + 17a^2b^6 - 34ab^4$; i) $16a^4b^3 + 24a^2b^4 - 40a^4b^4$.

1140 A csoportosítás módszerével alakítsuk szorzattá a következő kifejezéseket:

- a) $ab + 3b - 2a - 6$; b) $2ax + bx + 2a + b$; c) $2ax + 5y + 10x + ay$;
 d) $ab - 8x + 4a - 2bx$; e) $6a - bx - 2b + 3ax$; f) $4ax + 2b - 8bx - a$;
 g) $6ax + 20b + 15a + 8bx$; h) $20bx^2 + a - 4x^2 - 5ab$; i) $9a^2 + 8b^3x^2 - 6a^2x^2 - 12b^3$.

1147 Alakítsuk szorzattá az alábbi kifejezéseket:

- | | | |
|---|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $16x^2 - 25$; | b) $49a^2 - 100b^2$; | c) $64b^2 - 9x^2$; |
| d) $36x^4 - 121y^6$; | e) $x^2 - 20x + 100$; | f) $36a^2 - 84a + 49$; |
| g) $\frac{4}{25} \cdot x^2 + 4x + 25$; | h) $16x^4 - 1$; | i) $16 - 81x^4$; |
| j) $4a^4 + 49b^6 + 28a^2b^3$; | k) $6x^2 + 12x + 6$; | l) $4x^3 - 24x^2 + 36x$; |
| m) $3x^4 + 12x^3 + 12x^2$; | n) $5x^6 - 40x^4 + 80x^2$; | o) $1 - x^{12}$; |
| p) $x^2 + 8x + 15$; | q) $x^2 - x - 12$; | r) $4x^4 - 13x^2 - 12$; |
| s) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$; | t) $27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3$; | u) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$; |
| v) $a^3 - 27$; | w) $x^3 + 64$; | x) $27a^3 + 125b^3$; |

1148 Zsebszámológép használata nélkül számítsuk ki a következő műveletek eredményét:

- | | | |
|-------------------------|---|--|
| a) $9998 \cdot 10002$; | b) $\frac{526^2 - 74^2}{726^2 - 274^2}$; | c) $\frac{54321 \cdot 54325 - 54323 \cdot 54320}{54323 \cdot 54322 - 54321^2}$; |
|-------------------------|---|--|

1149 Az a és b számokról azt tudjuk, hogy $a + b = 23$ és $a \cdot b = -7$. Számítsuk ki $a^2 + b^2$ értékét.

1150 Mennyi az együtthatók összege az $(x^2 - 3x + 1)^{2007}$ kifejezés polinom alakjában?

1151 Egy téglalap kerülete 74 cm. A téglalap minden oldalára kifelé négyzeteket rajzolunk. A négy négyzet területének összege 1642 cm^2 . Mekkora a téglalap területe?

1152 Két szám különbsége 2, a szorzatuk 7. A számok megadása nélkül határozzuk meg a köbeik különbségét.

Műveletek algebrai törtekkel

1153 Egyszerűsítsük a következő törteket:

- | | | |
|---|--|--|
| a) $\frac{27a^5b^2}{12a^2b^3}$; | b) $\frac{3x^4 \cdot (x-2)}{6x^3 \cdot (x-2)}$; | c) $\frac{32a \cdot (a-5)}{24a^2 \cdot (5-a)}$; |
| d) $\frac{10a^4 + 30a^2}{5a^3 + 15a}$; | e) $\frac{-8a^5 - 8a^3}{10a^3 + 10a}$; | f) $\frac{12x^2y^2 + 20xy^3}{6x^2y + 10xy^2}$; |
| g) $\frac{6ax + 9a + 8x + 12}{3ax + 15a + 4x + 20}$; | h) $\frac{4x^2 - 4x + 1}{1 - 4x^2}$; | i) $\frac{9x^2 - 25}{12x^2 - 20x}$; |
| j) $\frac{8xy - 6y - 3 + 4x}{16x^2 - 9}$; | k) $\frac{x^2 + 2x - 24}{x^2 + 12x + 36}$; | l) $\frac{6x^2 - 2x - 20}{3x^2 + 11x + 10}$; |

1154 Végezzük el a következő szorzásokat és osztásokat, és egyszerűsítsük az eredményt:

- | | |
|--|---|
| a) $\frac{17a^3b^2}{50x^4y^2} \cdot \frac{10x^3y}{34a^2b}$; | b) $\frac{4a^5b^2}{27x^2y^4} : \frac{32a^6b}{81xy^6}$; |
| c) $\frac{x^2 + xy}{xy - y^2} \cdot \frac{xy^2 - y^3}{x^3 + x^2y}$; | d) $\frac{20a^4 - 15a^3b}{7a^2 + 2ab} : \frac{40ab^2 - 30b^3}{14ab^3 + 4b^4}$; |

$$e) \frac{ab - 3a}{a^2b + 2a^2} \cdot \frac{b^2 - 4}{b^2 - 6b + 9};$$

$$g) \frac{16 - x^2}{16x - 8x^2 + x^3} : \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2}{4x^3 - x^4};$$

$$f) \frac{9b^2 - 6b + 1}{9b^2 - 1} \cdot \frac{9b^2 + 6b + 1}{3b^2 - b};$$

$$h) \frac{10a^7 - 20a^6 + 10a^5}{4a^6 + 8a^5 + 4a^4} \cdot \frac{2a^3 + 6a^2 + 6a + 2}{5a^4 - 5a^2}.$$

1149 Végezzük el a következő algebrai törtek összevonását:

$$a) \frac{5}{2x} - \frac{1}{x} + \frac{2x}{5};$$

$$c) \frac{6a+7}{a^2+a} - \frac{5}{a+1};$$

$$e) \frac{x+2}{2x-1} - \frac{4x+1}{4x-2} + \frac{3-x}{10x-5};$$

$$g) \frac{3x+1}{21-9x} + \frac{x+2}{3x-7} - \frac{x+1}{6x-14};$$

$$i) \frac{x+2}{3x+2} + \frac{3x-1}{3x-2} + \frac{3x^2+7x-2}{4-9x^2};$$

$$k) \frac{x+5}{4x^2-25} - \frac{x-1}{4x^2+20x+25} + \frac{1}{2x+5};$$

$$b) \frac{3}{4y^2} + \frac{1}{2y} - \frac{5}{y};$$

$$d) \frac{a+1}{8a+3} + \frac{5a}{24a+9};$$

$$f) \frac{2a+1}{9a+15} + \frac{a-2}{3a+5} - \frac{5a-2}{12a+20};$$

$$h) \frac{x+1}{x+2} + \frac{2x-3}{2-x} + \frac{x^2+2x+4}{x^2-4};$$

$$j) \frac{y}{y+5} - \frac{5y+9}{y^2+10y+25} - \frac{2y}{3y+15};$$

$$l) \frac{y-3}{y^2+2y+1} - \frac{1}{y+1} - \frac{3-y^2}{y^3+3y^2+3y+1}.$$

1150 A változók mely értékei esetén vannak értelmezve a következő kifejezések? Hozzuk őket egyszerűbb alakra.

$$a) \frac{(a^2 + b^2 - c^2)^2 - (a^2 - b^2 + c^2)^2}{4ab^2 + 4abc};$$

$$c) \left(\frac{b^2}{a^3 - ab^2} + \frac{1}{a+b} \right) : \left(\frac{a-b}{a^2+ab} - \frac{a}{b^2+ab} \right).$$

$$b) \frac{a^2b - ab^2}{a^2 - b^2} + \frac{a^3 + a^2b}{a^2 + 2ab + b^2} - \frac{a^2 - 2ab}{a+b};$$

1151 Igazoljuk a következő azonosságokat a változók lehetséges értékeit figyelembe véve.

$$a) \left(2a - \frac{a^2 + 9b^2}{3b} \right) : \left(a + \frac{9b^2}{a-6b} \right) + \frac{a}{3b} \cdot \left(1 - 3b - \frac{6b}{a} \right) = -a;$$

$$b) \left(\frac{4a^2 - 1}{a^3 - a^2 - a + 1} : \frac{a}{(1-a)^2} \right) : \left(\frac{4}{a-1} - \frac{2}{a^2+a} + \frac{8}{1-a^2} \right) = \frac{2a+1}{2}.$$

1152 Az a és b valós számokra teljesülnek a következő feltételek:

$$a \neq 0, \quad b \neq 0, \quad a \neq b \quad \text{és} \quad \left(a - \frac{ab}{a-b} \right) : \left(\frac{ab}{a-b} - b \right) - \frac{a^2}{2b^2} \cdot \left(2 - \frac{b}{a} \right) = -6.$$

Számítsuk ki a $\frac{3a-2b}{a+b}$ kifejezés értékét.